EDISI PERTAMA

MATEMATIKA EKONOMI

ANDI TRIYAWAN

ZEN NASHRUDDIN

TRI WIJAYANTI S

JUDUL

MATEMATIKA EKONOMI

EDISI PERTAMA

PENULIS

ANDI TRIYAWAN

TRI WIJAYANTI

ZEN NASHRUDDIN

EDITOR

ATIKA RUKMINASTITI MASRIFAH

UKURAN

14,8 CM X 21 CM

Penerbit

Yayasan Barcode, Makassar

ISBN

978-623-7942-52-8

Tahun

2020

Kata Pengantar

Alhamdulillah buku Matematika Ekonomi telah selesai ditulis. Penulis ucapkan terimakasih kepada semua keluarga, teman, kolega yang turut membantu dalam penulisan buku ini. Dan tidak lupa Dekan Fakultas Ekonomi dan Manajemen Dr Khoirul Umam yang telah memberikan dukungan luar biasa. Buku ini dapat digunakan oleh seluruh mahasiswa dan dosen. semoga dengan adanya buku ini, bisa menjadi panduan dalam mempelajari mata kuliah matematika ekonomi lebih mudah. Buku ini terdiri dari 14 bab diantaranya:

Bab 1 Deret Hitung dan Deret Ukur
Bab 2 Fungsi
Bab 3 Fungsi Linier
Bab 4 Fungsi Permintaan
Bab 5 Fungsi Penawaran
Bab 6 Keseimbangan Pasar
Bab 7 Fungsi Penerimaan
Bab 8 Fungsi Biaya
Bab 9 Analisis Break Even
Bab 10 Penerapan Dalam Teori Ekonomi Makro
Bab 11 Fungsi Pendapatan Nasional
Bab 12 Fungsi Kuadrat

Tak ada gading yang tak retak, kami masih merasa buku ini harus dikembangkan menjadi lebih baik lagi. Terimakasih atas perhatiannya. Wassalamualaikum wr wb.

Penulis

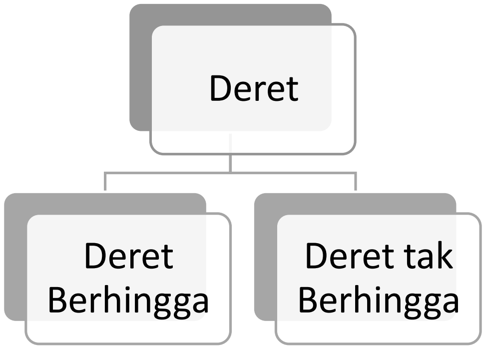
DAFTAR ISI

BAB I

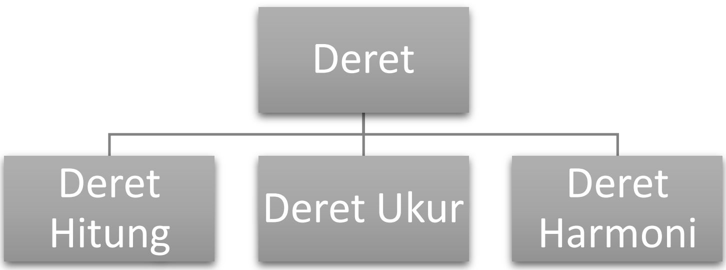
DERET HITUNG DAN DERET UKUR

Deret ialah rangkaian bilangan yang tersusun secara teratur dan memenuhi kaidah-kaidah tertentu. Bilangan-bilangan yang merupakan unsur dan pembentuk sebuah deret dinamakan suku.

Deret dilihat dari Jumlah Suku



Deret dilihat dari segi pola Perubahan bilangan pada suku



A. Deret Hitung

Deret hitung ialah deret yang perubahan suku-sukunya berdasarkan penjumlahan terhadap sebuah bilangan tertentu. Bilangan yang membedakan suku-suku dari deret hitung ini dinamakan pembeda, yaitu selisih antara nilai-nilai dua suku yang berurutan.

Contoh:

1) 7, 12, 17, 22, 27, 32 (pembeda = 5)

2) 93, 83, 73, 63, 53, 43 (pembeda = -10)

3) 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15 (pembeda = 2)

Ada dua rumus yang digunakan dalam deret hitung :

1. Nilai suku ke n dari deret hitung $S_n = a + (n – 1) b$

Keterangan:

S_n = Suku ke-n

a = suku pertama

b = pembeda

n = indeks suku

Contoh:

1. Nilai suku ke 101 dari deret hitung 3, 5, 7, 9, 11, … adalah….

Diket : a = 3 | b = 2 | n = 101

Ditanya : S_{101}= ?

Jwb : S_n = **a + (n – 1) b**

$S_{101} = 3 + (101 – 1) 2$

$S_{101} = 3 + 100 \times 2$

$S_{101} = 3 + 200$

$S_{101} = 203$

2. Jumlah nilai dari semua suku pada deret hitung

Sn = **1/2n (2a + (n – 1) b)**

Keterangan:

Sn = Jumlah hingga suku ke-n a = suku pertama

b = pembeda

n = indeks suku Contoh:

Berapa jumlah semua suku s/d suku yang ke 25 dari deret 3, 5, 7, 9, 11, … Diket : a = 3 | b = 2 | n = 25

Ditanya : S25?

Jwb : **Sn = 1/2n (2a + (n – 1) b)**

$S25 = \frac{1}{2} . 25 (2.3 + (25 – 1) 2)$

S25 = 12,5 (6 + (24) 2)

S25 = 12,5 (6 + 48)

S25 = 12,5 x 54

S25 = 675

Contoh aplikasi dalam ekonomi:

1. Pabrik Roti menghasilkan 1.000.000 roti pada tahun pertama berdirinya, dan 1.600.000 pada tahun ketujuh.

a. Andaikata perkembangan produksinya konstan, berapa tambahan produksinya per tahun?

b. Berapa produksinya pada tahun ke-11?

c. Pada tahun ke berapakah produksinya 2.500.000 roti?

d. Berapa roti yang telah dihasilkan sampai dengan tahun ke-16?

Penyelesaian

Diketahui :

Produksi tahun pertama = U1 = a = 1.000.000 bks

U7 = 1.600.000 bks

Ditanya :

a) Pertambahan produksinya per tahun = b = …?

b) S_{11} = …?

c) n = …? ; Un = 2.500.000

d) Total Produksi sampai tahun ke-16 (S16) = …? Jawaban :

a) S_n = **a + (n-1) b**

S_7 = 1.000.000 + (7-1) b

1.600.000 = 1.000.000 + 6b

6b = 1.600.000 – 1.000.000

6b = 600.000

b = 600.000 : 6

b = 100.000

Jadi, Tambahan produksi Pabrik roti (b) = 100.000 roti/tahun

b) S_{11} = **a + (n-1) b**

= 1.000.000 + (11-1) 100.000

= 1000.000 + (10) 100.000

= 2.000.000

Jadi, Produksi pada tahun ke-11 adalah Rp.2.000.000 roti

c) n = …? ;

S_n = 2.500.000

S_n = **a + (n-1) b**

2.500.000 = 1.000.000 + (n-1) 100.000

2.500.000 – 1.000.000 = (n-1) 100.000

1.500.000 : 1400.000 = (n-1)

15 = n – 1

n = 16

Jadi, Pabrik roti menghasilkan 2.500.000 roti pada tahun ke- 16

d) S16 = …?

Sn = **n/2(2a + (n-1) b)**

= 16/2[2.(1000.000) + (16-1). 100.000]

= 8 [2.000.000 + (15). 100.000]

= 8 [2.000.000 + 1..500.000]

= 8 [3.500.000]

= 28.000.000

Jadi, jumlah total produksi pabrik roti selama 16 tahun operasi sebanyak **28.000.000 roti.**

2. Sebuah penerbitan majalah berita, pada tahun ke 5 memproduksi 30.000 eksemplar, namun produksinya secara konstan terus menurun sehingga pada tahun ke 15 hanya memproduksi 10.000 eksemplar.

Dari informasi tersebut tentukan :

a. Berapa penurunan produksi majalah pertahun

b.Berapa eksemplar majalah yang diterbitkan selama operasi perusahaan

a. **Sn = a + (n – 1)b**

S_5 = a + 4b S_{15} = a + 14b

= 30.000   = 10.000

a + 4b = 30.000

a + 14b = 10.000 -

- 10 b = 20.000

b = - 2.000

a + 4b = 30.000   a + 4(-2000) = 30.000

a – 8000 = 30.000

a = 38.000

b. Jn : n.a + n/2 { n – 1) b

J_{15} : 15 (38.000) + 15/2 (14) . (-2000)

: 570.000 + 7,5 (-28.000)

: 570.000 – 210.000

: 360.000

3. Besarnya penerimaan PT. “Progress” dari hasil penjualan barangnya Rp 720 juta pada tahun ke lima dan Rp 980 juta pada tahun ketujuh. Apabila perkembangan penerimaan penjualan tersebut berpola seperti deret hitung, tentukan:

A. berapa perkembangan penerimaannya per tahun?

B. Berapa besar penerimaan pada tahun pertama?

C. Pada tahun keberapa penerimaannya sebesar Rp 460 juta?

Diket : S_5 = 720.000.000 |

S_7 = 980.000.000

Ditanya : b, a, n dari Un = 460.000.000?

Jwb :

A. $\mathbf{S_n = a + (n - 1)\,b}$

720.000.000 = a + (5-1) b

720.000.000 = a + 4b

980.000.000 = a + (7-1) b

980.000.000 = a + (6b)

720.000.000 = a + 4b

980.000.000 = a + (6b) -

-260.000.000 = -2b

130.000.000 = b

Jadi, besar penerimaan pertahun adalah Rp.130.000.000.

B. 720.000.000 = a + (5 – 1) b

720.000.000 = a + 4 x 130.000.000

720.000.000 = a + 520.000.000

a = 720.000.000 – 520.000.000

a = 200.000.000

Jadi, besar penerimaan pada tahun pertama adalah **Rp.200.000.000**

C. 460.000.000 = 200.000.000 + (n – 1) 130.000.000

460.000.000 = 200.000.000 + 130.000.000n – 130.000.000

460.000.000 = 70.000.000 + 130.000.000n

n = (460.000.000-70.000.000): 130.000.000

n = 390.000.000:130.000.000

n = 3

Jadi, penerimaan sebesar Rp 460 juta terjadi pada tahun ke-3.

4. Pabrik Sirup "U3" memproduksi 24.000 botol Sirup pada tahun ke-6 operasinya. Karena persaingan keras dari Sirup merk lain, produksinya terus meningkat secara konstan sehingga pada tahun ke-10 mampu memproduksi 100.000 botol.

a. Berapa botol kenaikan produksinya per tahun?

b. Berapa botol produksi pada tahun pertama?

c. Pada tahun ke berapa pabrik kecap tersebut tidak berproduksi (tutup)?

d. Berapa botol kecap yang ia hasilkan selama operasinya?

5. "Maju Jaya" merupakan perusahaan manufaktur yang memproduksi Tahu. Pada bulan Januari perusahaan menghasilkan 10.000 Tahu. Karena permintaan terus menerus meningkat diiringi dengan penambahan tenaga kerja dan modal kerja, setiap bulannya perusahaan mampu menambah jumlah produksi sebanyak 500 tahu. Jika pertambahan jumlah produksi tersebut setiap bulannya adalah tetap, berapakah jumlah produksi pada bulan ke-7 di tahun yang sama? Dan berapa banyak pulpen yang telah dihasilkan dari bulan pertama (Januari) sampai bulan ke-8?

6. Sebuah perusahaan pembibitan tanaman Kurma menghasilkan 3.000 bibit kurma pada bulan pertama pembibitan. Dengan penambahan tenaga kerja dan peningkatan produktivitas, perusahaan mampu meningkatkan

produksi pembibitanya sebanyak 500 bibit kurma setiap bulan. Jika perkembangan produksinya tetap, berapa bibit kurma yang dihasilkannya pada bulan kelima? Berapa bibit Kurma yang telah dihasilkan sampai dengan bulan tersebut?

7. Perusahaan Garmen "Professional" menghasilkan 3.000 meter kain pada bulan pertama produksinya. Dengan penambahan tenaga kerja dan peningkatan produktivitasnya, perusahaan mampu menambah produksinya sebanyak 500 meter kain setiap bulan. Jika perkembangan produksinya konstan, berapa meter kain yang dihasilkan pada bulan kelima? Berapa meter kain yang telah dihasilkan sampai bulan tersebut?

8. Perusahaan Mobnas Esemka baru setahun membuka usahanya. Bulan pertama stok persediaan mobil sebanyak 10 unit. Pada akhir tahun dievaluasi rata-rata jumlah permintaan mobil setiap bulannya sebanyak 7 unit. Berapakah jumlah stok persediaan pada bulan ke tujuh?

9. Diketahui penduduk Surabaya tahun 1998 berjumlah 2.000.000 jiwa dengan tingkat pertumbuhan 2,5% pertahun. Tentukan:

a. Jumlah penduduk kota yogya pada tahun 2010

b. Seandainya pada tahun 2010 jumlah penduduk kota yogya mencapai 3.000.000 jiwa, berapakah tingkat pertumbuhannya?

10. Keuntungan seorang pedagang bertambah setiap bulan dengan jumlah yang sama. Jika keuntungan pada bulan pertama sebesar Rp 46.000 dan

pertambahan keuntungan setiap bulan Rp 18.000 maka berapakah jumlah keuntungan sampai bulan ke 12?

11. Sebuah pabrik memproduksi barang jenis A pada tahun pertama sebesar 1.960 unit. Tiap tahun produksi turun sebesar 120 unit sampai tahun ke 16. Berapakah total seluruh produksi yang dicapai sampai tahun ke 16?

12. Ahmad bekerja di perusahaan perkebunan dengan kontrak selama 10 tahun dengan gaji awal Rp 1.600.000. Setiap tahun Ahmad mendapat kenaikan gaji berkala sebesar Rp 200.000. berapakah total seluruh gaji yang diterima Ahmad hingga menyelesaikan kontrak kerja tersebut?

B. Deret Ukur

Deret Ukur Adalah deret yang perubahan suku-sukunya berdasarkan perkalian terhadap sebuah bilangan tertentu (dinamakan rasio). Bilangan yang membedakan suku-suku deret ukur dinamakan pengganda atau rasio, yaitu merupakan hasil bagi nilai suku terhadap nilai suku didepannya.

Contoh

5, 10, 20, 40, 80,160(pengganda = 2)

512, 256, 128, 64, 32, 16(pengganda = 0,5)

2, 8, 32, 128, 512(pengganda = 4)

Ada dua rumus yang digunakan dalam deret ukur:

a. Mencari nilai suku ke n dari deret ukur $Un = a.r^{n-1}$

Keterangan:

S_n= Suku ke-n

a = suku pertama

r = rasio (pengganda)

n = indeks suku

Contoh:

Berapa nilai suku yang ke 6 dari deret ukur 2, 4, 8, 16, 32, …

Diket : a = 2 | r = 2 | n = 6

Dita : S_6?

Jwb : $S_n = a.r^{n-1}$

$S_6 = 2.\ 2^{6-1}$

$S_6 = 2.\ 2^5$

$S_6 = 2.\ 32$

$S_6 = 64$

Suku ke 6 dari deret ukur Suku ke 10 dari deret ukur 2, 4, 8, 16, 32, … adalah 64

b. Jumlah n suku deret hitung.

Jumlah sebuah deret ukur sampai suku tertentu adalah jumlah nilaisukunya sejak suku pertama sampai dengan suku ke-n yang bersangkutan.

Rumus jumlah deret ukur sampai dengan suku ke-n, yakni:

$J_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ jika r < 1 atau $J_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$ jika r > 1

Keterangan:

J_n = Jumlah n suku pertama

a = suku pertama

r = rasio

n = indeks suku

Contoh:

Berapa jumlah semua suku yang ke 5 dari 2, 4, 8, 16, 32, …

Diketahui : a = 2 | r = 2 | n =5

Ditanya : S5?

Jwb: $J_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$

$J_5 = \frac{2(2^5-1)}{2-1}$

$J_5 = \frac{2(31)}{1}$

$J_5 = \frac{62}{1}$

$J_5 = 62$

1. Pertambahan penduduk pada kota Pasuruan tiap tahun mengikuti aturan barisan geometri. Pada tahun 1996 pertambahannya sebanyak 6 orang, di tahun 1998 sebanyak 54 orang. Sebanyak berapa orang pertambahan penduduk pada tahun 2001?

Jawab: tahun 1996 => S_1 = a = 6

tahun 1998 => $S_3 = ar^2 = 54$

$6.r^2 = 54$

$r^2 = 9 \Rightarrow r = 3$

tahun 2001 => $S_6 = ar^5$

$6.(3)^5 = 1.458$

2. Penduduk suatu kota berjumlah 1 juta jiwa pada tahun 1991,tingkat per tumbuhannya 4% per tahun. Hitunglah jumlah penduduk kota tersebut pada tahun 2006. Jika mulai tahun 2006 pertumbuhannya menurun menjadi 2,5%, berapa jumlahnya 11 tahun kemudian ?

$Pt = P1\ R^{\ t-1}$

Dimana: R = 1 + r

P1 = 1 juta

r = 0,04

R = 1,04

P tahun 2006 = P16 = $1.000.000\ (1{,}04)^{15-1}$

= 1.000.000 (1.731.676)

= 1.731.676 jiwa

P1= 1.731.676

P 11 tahun kemudian = P11

r= 4%-2.5% =1.5% = 0.015

R = 1,015

P11 =1.731.676 (1,015) $^{11-1}$

P11 = 2.009.681 jiwa

3. Sebuah mobil dibeli dengan haga Rp. 80.000.000,00. Pada setiap tahunnya nilai jual mobil tersebut menjadi 3/4 dari harga sebelumnya. Berapa harga jual sesudah digunakan selama 3 tahun?

Jawab: $S_4 = ar^3 = 80.000.000(3/4)^3 = 33.750.000$

4. Tingkat pertumbuhan penduduk kota Birmingham adalah 10% per tahunnya. Pada tahun 2001 penduduk kota tersebut berjumlah 450.000 jiwa.

a) Hitunglah jumlah penduduk kota tersebut pada tahun 2020!
b) Jika mulai tahun 2020 pertumbuhannya bertambah 5%, berapa jumlahnya 5 tahun kemudian?

5. Hitunglah jumlah penduduk kota Manchester pada tahun 2010, jika pada tahun 2000 penduduknya berjumlah 850.000 jiwa. Sedangkan tingkat pertumbuhannya sebesar 25% pertahun.

6. Find the 27th term of each arithmetic sequence below

a. 3, 7, 11, …
b. 15, 13, 11, 9, …
c. -8, -4, 0, 4, …
d. -6, -1, 4, 9, …

7. The 3rd and 16th term of arithmetic sequence are 13 and 78. Determine the first term and the difference. And calculate the a_3 and S_3!

8. Find the 10th term of geometric sequence below

   a. 2, 6, 18, 54, …

   b. $1, \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \ldots$

   c. $1, 4, 16, 64, \ldots$

   d. $1, 1.05, (1.05)^2, (1.05)^3, \ldots$

9. Find the a_8 and S_8 if

   a. $a_1 = 3; r = 2$

   b. $a_1 = 2; r = 3$

   c. $a_1 = 27; r = \frac{1}{3}$

   d. $a_1 = 1; r = \frac{1}{2}$

BAB 2
FUNGSI

Pemahaman akan konsep fungsi sangatlah penting dalam mempelajari ilmu ekonomi, karena banyak teori-teori ekonomi yang bekerja dengan fungsi, baik fungsi yang berbentuk persamaan maupun pertidaksamaan. Bab ini akan menjelaskan berbagai konsep fungsi serta penerapan ekonomi dari fungsi yang bersangkutan.

A. Pengertian Konstanta, Variabel, dan Fungsi

Koefisien adalah bilangan atau angka yang terletak di depan suatu variable bebas suatu fungsi. Sedangkan konstanta ialah suatu bilangan yang nilai nya tetap atau tidak beruba-ubah. Sebagai contoh jika terdapat fungsi :

$$y = ax^2 + bx + c$$

maka koefisien dari fungsi tersebut adalah a dan b sedangkan konstanta yang terdapat dalam fungsi tersebut yaitu a, b dan c karena besarnya a, b dan c tidak dipengaruhi oleh nilai dari x dan y.

Variable adalah unsur pembentuk fungsi yang mewakili factor tertentu dan nilai nya berubah-ubah. Notasi dari variable dinyatakan dengan x, y, z, dan seterusnya. Sebagai contoh

$y = 3x + 15$ atau $z = x + 2xy - 6$

Maka, x, y, dan z inilah yang disebut variable. Variable x, y, dan z ini saling memengaruhi. Fungsi yang berbentuk $y = f(x)$ menyatakan bahwa y merupakan fungsi x dan besar kecilnya nilai y bergantung pada atau fungsional terhadap nilai x. Dalam hal ini, x merupakan variable bebas karena nilainya tidak bergantung pada nilai variable lain (y) dalam fungsi tersebut. Sebaliknya, y adalah variable terikat karena nilainya bergantung pada variable bebas nilai x.

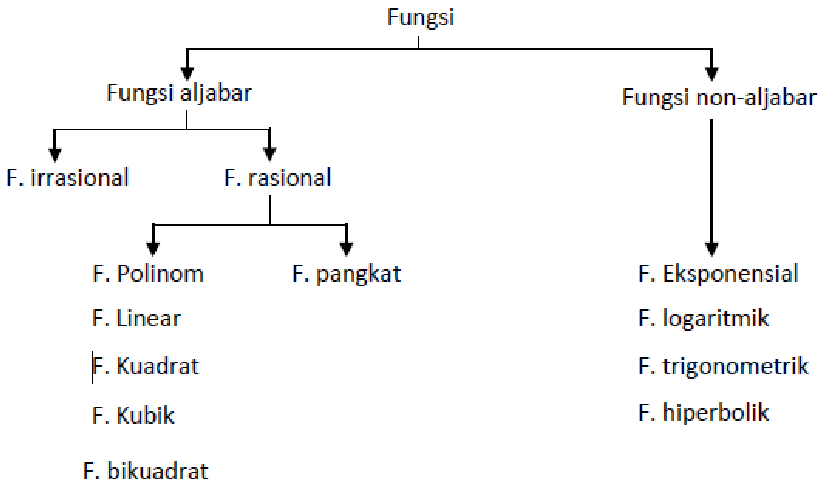
Pada dasarnya variabel dapat dibedakan menjadi dua, yaitu variabel kualitatif dan variable kuantitatif. Variabel kualitatif adalah sesuatu yang sifatnya tidak tetap, tetapi berubah-ubah (atau variabel) yang tidak dapat diukur, seperti selera, preferensi, kepuasan, dan lainnya. Sementara itu, variabel kuantitatif adalah sesuatu yang sifatnya tidak tetap, tetapi berubah-ubah (atau variabel) yang dapat diukur, seperti dalam kilogram, ton, unit, satuan moneter, rupiah, hari, dan sebagainya. Misalnya jumlah penjumlahan yang dijual suatu perusahaan adalah variabel kuantitatif dalam rupiah.

Variabel kuantitatif dapat dibedakan pula atas dua macam yaitu variabel yang kontinu dan variabel yang deskrit. Variabel kuantitatif kontinu adalah variable yang dapat diukur sampai dengan bilangan yang sekecil-kecilnya atau pecahan, seperti ukuran satuan volume, satuan berat, satuan panjang, satuan waktu, satuan uang, dan sebagainya. Sementara itu. Variabel deskrit adalah variabel kuantitatif yang hanya dapat diukur dengan bilangan-bilangan bulat dan tidak mungkin dengan bilangan pecahan, seperti penjualan mainan atau penjualan baju.

Fungsi ialah suatu bentuk hubungan matematis yang menyatakan hubungan ketergantungan (hubungan fungsional) antara satu variabel dengan variabel lain. Unsur-unsur yang membentuk fungsi adalah variabel, koefisien, dan konstanta. Variabel dan koefisien senantiasa terdapat dalam setiap bentuk fungsi, akan tetapi tidak demikian halnya dengan konstanta. Sebuah fungsi yang secara konkret dinyatakan dalam bentuk persamaan atau pertidaksamaan, mungkin sekali mengandung sebuah konstanta dan mungkin pula tidak. Walaupun sebuah persamaan atau pertidaksamaan tidak mengandung konstanta, tidaklah mengurangi artinya sebagai sebuah fungsi.

B. Fungsi Aljabar

Terdapat beberapa jenis fungsi antara lain fungsi aljabar, fungsi exponensial dan fungsi logaritma. Secara garis besar fungsi dikelompokkan atas fungsi aljabar dan kelompok fungsi non-aljabar.



Fungsi polinom ialah fungsi yang mengandung banyak suku (polinom) dalam variabel bebasnya. Bentuk umum persamaan polinom adalah:

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$$

Pangkat tertinggi pada variable suatu fungsi polinom mencerminkan derajat polinom serta mencerminkan derajat fungsi.

Fungsi linear ialah fungsi polinom khusus yang pangkat tertinggi dari variabelnya adalah pangkat satu, oleh karenanya sering juga disebut fungsi berderajat satu. Bentuk umum persamaan linear adalah: $y = a_0 + a_1x$; dimana a_0 adalah konstanta dan $a_1 \neq 0$.

Fungsi-fungsi lain yang pangkat tertinggi dari variabelnya lebih dari satu, secara umum disebut fungsi non-linear, ini meliputi fungsi kuadrat, fungsi kubik, fungsi bikuadrat, dst.

Fungsi kuadrat ialah fungsi polinom yang pangkat tertinggi dari variabelnya adalah pangkat dua, sering juga disebut fungsi berderajat dua. Bentuk umum persamaan kuadrat adalah: $y = a_0 + a_1x + a_2x_2$; dimana a_0 adalah konstanta, sedangkan a_1 dan a_2 adalah koefisien,$a_2 \neq 0$.

Fungsi pangkat ialah fungsi yang variabel bebasnya berpangkat sebuah bilangan nyata bukan nol, bentuk umumnya: $y = x^n$; dimana: n ialah bilangan nyata bukan nol.

Fungsi eksponensial ialah fungsi yang variabel bebasnya merupakan pangkat dari konstanta bukan nol.

Bentuk umumnya: $y = n^x$; dimana n > 0

Fungsi logaritmik ialah fungsi balik (*inverse*) dari fungsi eksponensial, variable bebasnya merupakan bilangan logaritmik.

Bentuk umumnya :

$$y = \log_n x$$

Fungsi trigonometric dan fungsi hiperbolik ialah fungsi yang variable bebasnya merupakan bilangan-bilangan goneometrik.

Contoh persamaan trigonometric : $y = \sin 4x$

Contoh persamaan hiperbolik : $y = arc \cos 3x$

Bab 3
FUNGSI LINIER

Fungsi linear adalah persamaan aljabar yang setiap suku berupa konstanta atau hasil perkalian konstanta dengan variable bebas berpangkat satu. Bentuk umum fungsi linear dapat dinyatakan sebagai berikut

y=c atau y=ax+b

dmana

y : variable terikat

x : variable bebas

a,b,c : konstanta

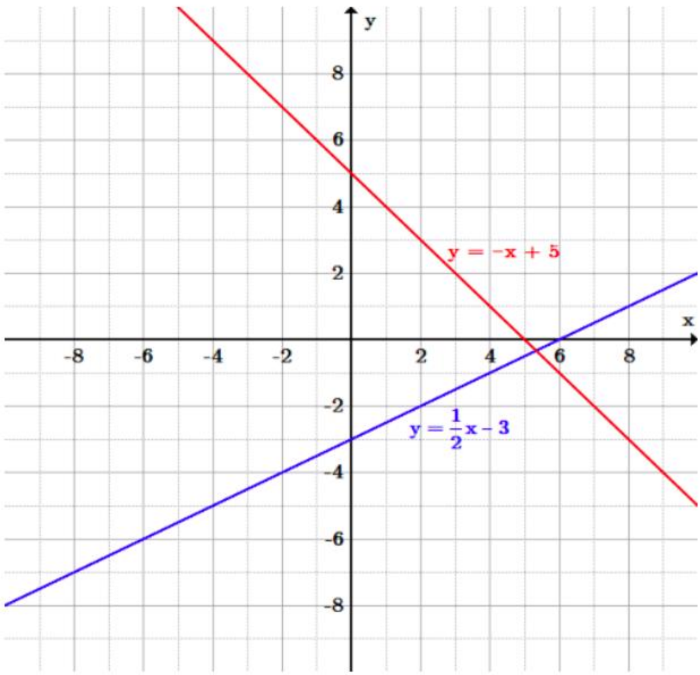
Persamaan linear disebut sebagai persamaan garis lurus.

Sebagai contoh :

y=-x+5

5x=6+3y

y=1/2 x-3



Gambar 1 Grafik untuk persamaan linear

Pada Gambar 1, garis biru direpresentasikan oleh persamaan garis lurus dengan $y = \frac{1}{2}x - 3$, sedangkan garis merah $y = -x + 5$. Dimana garis biru memiliki kemiringan atau gradient sebesar $\frac{1}{2}$ dan y −*intercept* -3. Garis merah memiliki kemiringan sebesar -1 dan y −*intercept* 5.

Fungsi linear sering kali digunakan dalam menyelesaikan persoalan ekonomi, hal ini lebih disebabkan karena permasalahan dalam *Ekonomi dan Bisnis* sering kali disederhanakan menjadi model-model yang bersifat linear. Penerapan fungsi linier dalam bisnis dan teori ekonomi mikro, yaitu : Fungsi permintaan, Fungsi penawaran, Keseimbangan pasar, Pengaruh pajak dan subsidi terhadap keseimbangan pasar, Fungsi penerimaan, Fungsi biaya, dan analisis break-even.

Penerapan fungsi linier dalam ekonomi makro, yaitu : fungsi pendapatan yang terdistribusi menjadi fungsi konsumsi dan fungsi tabungan fungsi pendapatan nasional yang dihitung melalui pendekatan pengeluaran.

Secara umum fungsi linear ini ditulis dalam bentuk :

$Ax + By + C = 0$

$By = -Ax - C$

$y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{A}$

Jika $a = \frac{A}{B}$ dan $b = \frac{C}{A}$, maka

$y = -ax - b$

Dimana :

a : koefisien arah dari fungsi (*gradient*)

b : *intercept*

Persamaan tersebut lebih banyak ditulis dalam bentuk $y = ax + b$ untuk memudahkan penyelesaian dalam persoalan yang diketahui.

Contoh :

- $2x - 4y + 12 = 0$, gradient-nya adalah $\frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$ dan mempunyai titik potong dengan sumbu x dan sumbu y pada (-6,-3)
- $-5x + 3y - 10 = 0$, fungsi eksplisitnya menjadi $y = -\frac{3}{5}x + 10$, maka gradient dari fungsi tersebut adalah $-\frac{3}{5}$, titik potong pada sumbu x dan sumbu y $(16\frac{2}{3}, 10)$

Grafik fungsi linear berbentuk sebuah garis lurus, jika diketahui dua buah titik yang berkordinat di (x_1, y_1) dan (x_2, y_2), maka untuk menentukan model fungsi tersebut, dirumuskan seperti berikut:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

Contoh :

Jika diketahui dua buah titik yaitu A(3,7) dan B(12,6), maka tentukan bentuk fungsi linearnya?

Jawab :

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{y - 7}{6 - 7} = \frac{x - 3}{12 - 3}$$

$$\frac{y - 7}{-1} = \frac{x - 3}{9}$$

$$9(y - 7) = -1(x - 3)$$

$$9y - 63 = -x + 3$$

$$9y = -x + 66$$

$$y = -x + \frac{66}{9}$$

Untuk menentukan persamaan garis lurus dapat pula dicari dengan menggunakan pola arah kemiringan (*gradient*). Jika *gradient* dinyatakan dengan m, dimana m adalah $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, maka selanjutnya persamaan

$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$ dapat dituliskan

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\ (x - x_1)$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Contoh :

Jika diketahui $m = \frac{2}{3}$ dan titik koordinat A(5,6) maka tentukan bentuk persamaan garis dan grafik fungsinya.

Jawab :

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 6 = \frac{2}{3}(x - 5)$$

$$y = \frac{2}{3}x - \frac{10}{3} + 6$$

$$= \frac{2}{3}x + 2\frac{2}{3}$$

EXERCISES

1. Determine the slope and draw the straight line which passes through point A and B as follow :

   a. A(3,4), B(4,3)

   b. A(-2,2),B(5,5)

   c. A(-5,2),B(5,6)

d. A(4,5), B(8,13)

e. A(3,2), B(6,8)

2. Determine the gradient and y −intercept for each of the straight lines in the table below.

Equation	Gradient	y −intercept
$y = 3x + 2$		
$y = 5x - 2$		
$y = -2x + 4$		
$y = 12x$		
$y = \frac{1}{2}x - \frac{2}{3}$		
$2y - 10x = 8$		
$x + y + 1 = 0$		

3. Find the equation of the lines describes below (give the equation in the form $y = mx + c$ and in the general form):
   a. Slope 5, $y -$ intercept 3.
   b. Slope -2, $y -$ intercept 1.
   c. Slope 3, passing through the origin.
   d. Slope $\frac{1}{3}$, passing through (0,1).
   e. Slope $-\frac{3}{4}$, $y -$ intercept $\frac{1}{2}$.
4. Find the equation of the lines described below (give the equation in the form $y = mx + c$ and in the general form):
   a. Passing through (4,6) and (8,26).
   b. Passing through (1,1) and (4,-8).
   c. Passing through (3,4) and (5,4).

d. Passing through (0,2) and (4,0).
e. Passing through (-2,3) and (2,-5).

Bab 4
Fungsi Permintaan

Fungsi permintaan merupakan fungsi yang mencerminkan hubungan antara variabel harga (P ; price) suatu barang dengan variabel jumlah barang yang diminta (Qd ; quantity demand). Ditulis: P= f(Qd). Fungsi ini mencerminkan perilaku konsumen di pasar di mana sifat yang berlaku yaitu bahwa jika harga barang mengalami peningkatan, maka jumlah barang yang diminta akan mengalami penurunan.

Demikian sebaliknya, jika harga mengalami penurunan maka jumlah barang yang diminta akan mengalami peningkatan. Sifat demikian jika digambarkan pada Grafik Kartesius dengan sumbu datarnya jumlah barang yang diminta (Qd) dan sumbu tegaknya harga barang yang bersangkutan (P), dimana perubahan harga „sebanding‟ dengan perubahan jumlah barang yang diminta (fungsi linier), maka fungsi permintaan suatu barang dicerminkan sebagai berikut :

Sifat monoton turun :

P‟ > P maka Qd‟ < Qd

P” < P maka Qd” > Qd

Contoh :

1. P = 30 - 2 Qd

2. Qd = 15 – P

Contoh Soal :

1. Suatu barang, jika dijual seharga Rp 5.000 per-buah akan- laku sebanyak 3.000 buah. Akan tetapi, jika dijual dengan harga lebih murah

yaitu Rp 4.000 per-buah, maka jumlah permintaan terhadap barang tersebut meningkat menjadi 6.000 buah. Bagaimana fungsi permintaanya ? Gambarkan fungsi permintaan tersebut pada Grafik Kartesius.

Jawab :

Diketahui (Qd1,P1,)= (3.000,5.000) dan (Qd2,P2,) = (6.000, 4.000)

Fungsi permintaannya dicari dengan rumus :

$$\frac{P - P_1}{P_2 - P_1} = \frac{Qd - Qd_1}{Qd_2 - Qd_1}$$

$$\frac{P - 5.000}{4.000 - 5.000} = \frac{Qd - 3.000}{6.000 - 3.000}$$

$$\frac{P - 5.000}{-1.000} = \frac{Qd - 3.000}{3.000}$$

$$P - 5.000 = \frac{-1.000\ (Qd - 3.000)}{3.000}$$

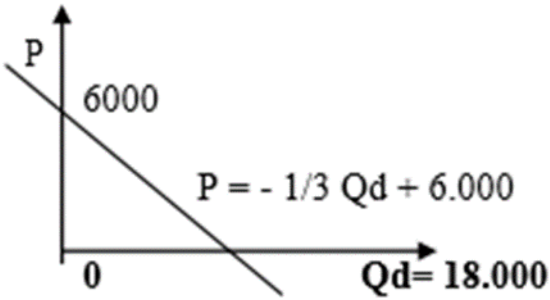
$$P - 5.000 = -1/3\ (Qd - 3.000)$$

$$P - 5.000 = -1/3\ Qd - 1/3\ (-3.000)$$

$$P = -1/3\ Qd + 1.000 + 5.000$$

$$P = -1/3\ Qd + 6.000$$

Gambar Grafik Kartesiusnya (P vs Qd) :



2. Pada bulan April, Buah Apel Malang laku terjual 5000 buah dengan harga Rp 1000/buah. Namun jumlah permintaan akan meningkat pada bulan berikutnya sebanyak 7000 buah apabila harga diturunkan Rp. 200/ buah menjadi Rp. 800/buah. Bagaimana fungsi permintaannya? Gambarkan fungsi permintaan tersebut pada grafik kartesius!

3. Tingkat Penjualan sepeda Motor N-Max 150 connected pada tahun 2021 sebanyak 1.000.000 unit motor dengan harga Rp. 25.000.000/unit. Apabila harganya diturunkan sebesar Rp. 5.000.000 maka permintaannya menjadi naik 2.000.000 unit motor. Bagaimanakah fungsi permintaannya? Gambarkan fungsi permintaan tersebut pada grafik kartesius!

4. Roti Annisa Bakery laku terjual di Jawa timur pada tahun 2025 sebanyak 7.000 roti dengan harga Rp 3.000/roti. Sedangkan jika harga diturunkan menjadi Rp. 1500/roti maka terjual sebanyak 10000 roti. Buatlah fungsi permintaannya serta gambarkan fungsi tersebut pada grafik kartesius!

5. Produsen Meubel Jati Unggul menjual lemari sebanyak 100 unit pada tahun 2010 dengan harga Rp. 5.000.000/unit. Sedangkan jika harganya diturunkan Rp. 4.000.000 pada tahun 2011, maka permintaannya akan naik menjadi 8.000.000 unit. Buatlah fungsi permintaannya dan gambarkan fungsi permintaanya pada grafik kartesius.

6. Ketika pada suatu buku pada awalnya seharga Rp 100.000 per lusin Kemudian banyaknya permintaan atas buku itu yakni sebanyak 9 lusin, Kemudian pada saat harga pada buku tersebut mengalami penurunan yang menjadi Rp 80.000 per lusin sehingga permintaannya berubah menjadi 20 lusin. Maka Carilah fungsi permintaanya!

7. Di dalam sebuah pasar yang mana sebelumnya telah diketahui fungsi permintaannya ialah Qd = 40 – 3P. Maka tentukanlah jumlah dari permintaan pada saat harganya (P) = 10?

8. Diketahui fungsi permintaan suatu barang di Pasar Banaran adalah Qd = -5P + 6. Berapakah jumlah permintaan barang saat harga P = 6?

9. Diketahui fungsi permintaan donat di Pasar tradisional Ambarukmo adalah Qd = 9P-3. Berapakah jumlah permintaan barang saat harga P = 13 dan P = 80?

10. Fungsi permintaan di Pasar Beteng Solo adalah Qd=20P+5. Maka tentukanlah jumlah dari permintaan pada saat harganya P=90.

11. Jika diketahui fungsi permintaan suatu barang ialah Pd = 80 – 2Q, dan fungsi penawarannya ialah Ps = 20 + 4Q, dan dikenakan subsidi terhadap

barang tersebut sebesar s = 6. Hitunglah harga dan kuantitas keseimbangan sebelum dan sesudah diberikan subsidi oleh pemerintah? Serta hitunglah subsidi yang dinikmati oleh produsen dan konsumen serta besarnya subsidi yang diberikan oleh pemerintah? Gambarkan pula grafiknya?

12. Suppose, if the goods price is Rp 100,00 then it will be sold out 10 units. And if the goods price is Rp 75,00 then it will be sold out 20 units. Determine demand functions and draw the curve !

Bab 5
Fungsi Penawaran

Fungsi penawaran merupakan fungsi yang mencerminkan hubungan antara variabel harga (P : price) suatu barang dengan variabel jumlah barang yang ditawarkan (Qs : Quantity Supply). Ditulis : P = f (Qs). Fungsi ini mencerminkan perilaku produsen dipasar dimana sifat yang berlaku yaitu bahwa jika harga barang mengalami peningkatan, maka jumlah barang yang ditawarkan akan mengalami peningkatan.

Demikian sebaliknya, jika harga barang mengalami penurunan maka jumlah barang yang ditawarkan akan mengalami penurunan. Sifat demikian jika digambarkan pada Grafik Kartesius dengan sumbu datarnya jumlah barang yang ditawarkan (Qs) dan sumbu tegaknya harga barang bersangkutan (P), dimana perubahan harga sebanding dengan perubahan jumlah barang yang ditawarkan (fungsi linier), maka fungsi penawaran suatu barang dicerminkan sebagai berikut :

Contoh :

1. P = 120 + 4Qs

2. Qs = -40 + ¼ P

3. ¼ P = 8Qs + 125

Contoh Soal :

1. Suatu barang, harga dipasarnya Rp 5.000 per buah maka produsen akan menawarkan sebanyak 3.000 buah. Akan tetapi, jika harga lebih tinggi yaitu menjadi Rp 6.000 per-buah, maka jumlah barang yang ditawarkan

oleh produsen akan bertambah menjadi 6.000 buah. Bagaimanakah fungsi penawarannya ? Gambarkan fungsi penawarannya tersebut pada Grafik Kartesius.

Jawab :

Diketahui (P1,Qs1) = (5.000, 3.000) dan (P2,Qs2) = (6.000, 6.000)

Fungsi penawarannya dicari dengan rumus :

$$\frac{P - P_1}{P_2 - P_1} = \frac{Qs - Qs_1}{Qs_2 - Qs_1}$$

$$\frac{P - 5.000}{6.000 - 5.000} = \frac{Qs - 3.000}{6.000 - 3.000}$$

$$\frac{P - 5.000}{1.0} = \frac{Qs - 3.000}{3.000}$$

$$P - 5.000 = \frac{1.000}{3.000}(Qs - 3.000)$$

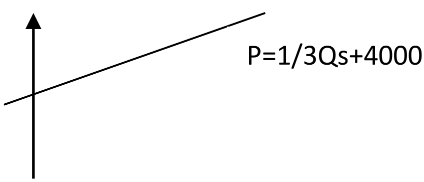
$$P - 5.000 = 1/3\ (Qs - 3.000)$$

$$P - 5.000 = 1/3\ Qs + (1/3)\ (-3.000)$$

$$P = 1/3\ Qs - 1.000 + 5.000$$

$$P = 1/3\ Qs + 4.000$$

Jadi fungsi penawarannya adalah : $P = 1/3\ Qs + 4.000$



4000

2. Penawaran suatu barang sebanyak 500 buah pada saat harganya 40.000. Apabila setiap kenaikan harga sebanyak 1.250 akan menyebabkan jumlah penawaran mengalami peningkatan sebanyak 250, bagaimana fungsi penawarannya dan gambarkan fungsi penawaran tersebut pada Grafik Kartesius.

Jawab :

Diketahui $(P_1, Qs_1) = (40.000, 500)$ dan $\Delta P = 1.250$, $\Delta Qs = 250$

Fungsi penawarannya diperoleh dengan rumus :

$(P - P_1) = m(Qs - Qs_1)$

dengan $m = \Delta P / \Delta Qs$

$= 1250 / 250$

$= 5$

maka

$(P - 40.000) = 5(Qs - 500)$

$P - 40.000 = 5Qs + (5)(-500)$

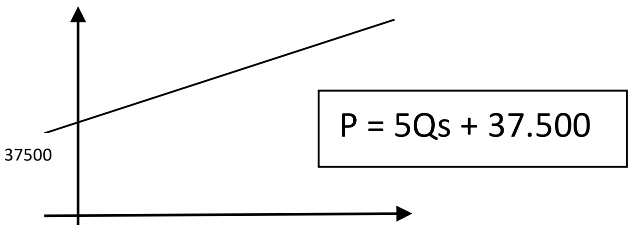
$P - 40.000 = 5Qs - 2.500$

$P = 5Qs - 2.500 + 40.000$

P = 5Qs + 37.500

Jadi fungsi penawarannya : P = 5Qs + 37.500

Gambar fungsi penawaran tersebut pada Grafik Kartesius :



Catatan :

Gradien fungsi penawaran yang dinyatakan dengan rumus:

m = Δ P nilainya senatiasa positif, sebab : ΔQs

- ✓ Jika dinyatakan adanya penurunan harga akan menyebabkan penurunan jumlah barang yang ditawarkan; menjadikan :

$$m = \frac{\Delta P}{\Delta Qs} = \frac{\text{negatif}}{\text{negatif}} = \text{positif atau}$$

- ✓ Jika dinyatakan adanya peningkatan harga akan menyebabkan peningkatan jumlah barang yang ditawarkan; menjadikan :

$$m = \frac{\Delta P}{\Delta Qd} = \frac{\text{positif}}{\text{positif}} = \text{positif}$$

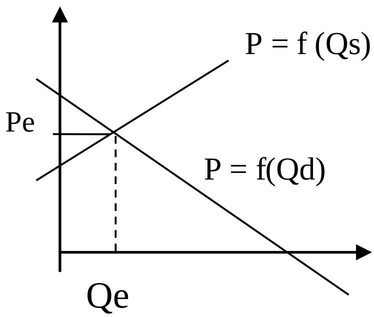
Exercise

1. Jika diketahui, pada saat perusahaan menjual suatu produk pada tingkat harga Rp 60,-, jumlah permintaan atas barang tersebut sebanyak 100 unit. Kemudian terjadi kenaikan permintaan menjadi sebanyak 140 unit, dan pada saat ini produsen berusaha menaikkan harga menjadi Rp 75,-, maka tentukanlah persamaan penawarannya dan gambarkan grafiknya?
2. Suppose, if the goods price is Rp 500,00 then it will be sold out 60 units. And if the goods price increase become Rp 700,00 then it will be sold out 100 units. Determine supply functions and draw the curve !

Bab 6
Keseimbangan Pasar

Keseimbangan pasar atau 'Eqiullibrium' adalah suatu kondisi dimana keseimbangan harga (P_e) tercapai. Keseimbangan harga (P_e) tercapai apabila Jumlah barang yang diminta = Jumlah barang yang ditawarkan Qe ›› $Q_d = Q_s$ atau Keseimbangan kuantitas (Qe) tercapai apabila harga barang yang diminta = Harga barang yang ditawarkan Pe ›› $P_d = P_s$.

Fungsi permintaan dan fungsi penawaran pada sebuah grafik Kartesius dengan keseimbangan harga (P_e) dan keseimbangan Kuantitasnya (Q_e), digambarkan sebagai berikut :



Contoh Soal :

1. Untuk suatu barang, pada harga Rp 6.000 pengusaha menawarkan barang tersebut sebanyak 30 buah, dan setiap kenaikan harga sebanyak Rp 2.000 maka jumlah barang yang ditawarkan juga meningkat sebanyak 20. Pada harga Rp 5.000 jumlah pemintaan barang tersebut sebanyak 20 buah dan untuk kenaikan harga menjadi Rp 10.000 jumlah permintaannya berkurang menjadi 10 buah. Bagaimanakah fungsi permintaan dan fungsi

penawaran barang tersebut ? Gambarkan kedua fungsi tersebut pada sebuah Grafik Kartesius.

Jawab :

Mencari fungsi penawaran :

Diketahui (P1,Qs1) = (6.000,30) dan ΔP = 2000, ΔQs = 20

Fungsi penawarannya diperoleh dengan rumus :

(P – P1) = m (Qs – Qs1)

dengan m = ΔP / ΔQs

= 2000 / 20 = 100

maka

(P – 6.000) = 100 (Qs – 30)

P – 6.000 = 100Qs + (100)(-30) P – 6.000 = 100Qs – 3.000

P = 100Qs – 3.000 + 6.000 P = 100Qs + 3.000

Jadi fungsi penawarannya : P = 100Qs + 3.000

Mencari fungsi permintaan :

Diketahui (P_1,Qd_1) = (5.000,20) dan (P2,Qd2) = (10.000,10)

Fungsi permintaannya dicari dengan rumus :

$$\frac{P - P1}{P2 - P1} = \frac{Qd - Qd1}{Qd2 - Qd1}$$

$$\frac{P - 5000}{10000 - 5000} = \frac{Qd - 20}{10 - 20}$$

$$\frac{P - 5000}{5000} = \frac{Qd - 20}{-10}$$

Type equation here.

$$P - 5000 = \frac{5000(Qd - 20)}{-10}$$

$$P - 5000 = -5000(Qd - 20)$$

P – 5.000 = -500(Qd – 20)

P – 5.000 = -500Qd + (-500) (-20)

P – 5.000 = -500Qd + 10.000

P = -500Qd + 10.000 + 5.000

P = -500Qd + 15.000

Jadi fungsi permintaannya adalah : P = -500 Qd + 15.000

Keseimbangan Kuantitas (Q) tercapai :

Harga barang yang diminta = Harga barang yang ditawarkan

$-500Q + 15.000 = 100Q + 3.000$

$15.000 - 3.000 = 100Q + 500Q$

$12.000 = 600Q$

$$Qe = \frac{12000}{600}$$

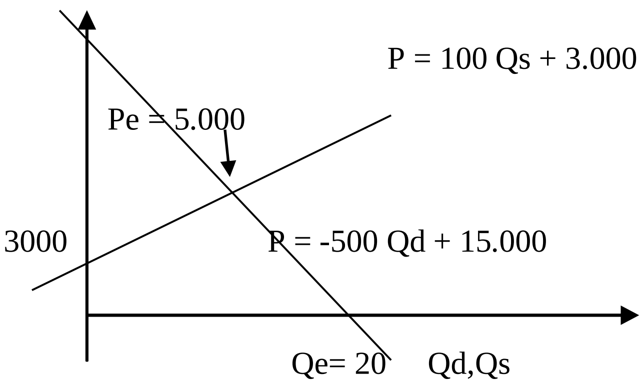
$Qe = 20$

Jadi keseimbangan kuantitas tercapai pada 20 unit barang. Untuk Keseimbangan Harga (Pe) diperoleh dengan cara :

Pe = -500 Qe + 15.000	atau	Pe = 100Qe + 3.000
Pe = -500 (20) + 15.000		Pe =100(20) + 3.000
Pe = -10.000 + 15.000		Pe = 2.000 + 3.000
Pe = 5.000		**Pe = 5.000**

Jadi keseimbangan harga tercapai pada harga Rp 5.000

Grafiknya digambarkan sebagai berikut :



2. Fungsi permintaan dan fungsi penawaran suatu barang diberikan sebagai berikut : Qd = 11P dan Qs = -4 +2P

Dimanakah keseimbangan harga (Pe) dan keseimbangan kuantitas (Qe) tercapai ? Gambarkan kedua fungsi tersebut pada sebuah grafik kartesius.

Jawab :

Keseimbangan harga (Pe) tercapai :

Jumlah barang yang diminta = Jumlah barang yang ditawarkan

Qe ›› Qd = Qs

11 – P = -4 + 2P

11 + 4 = 3P + P

15 = 3P

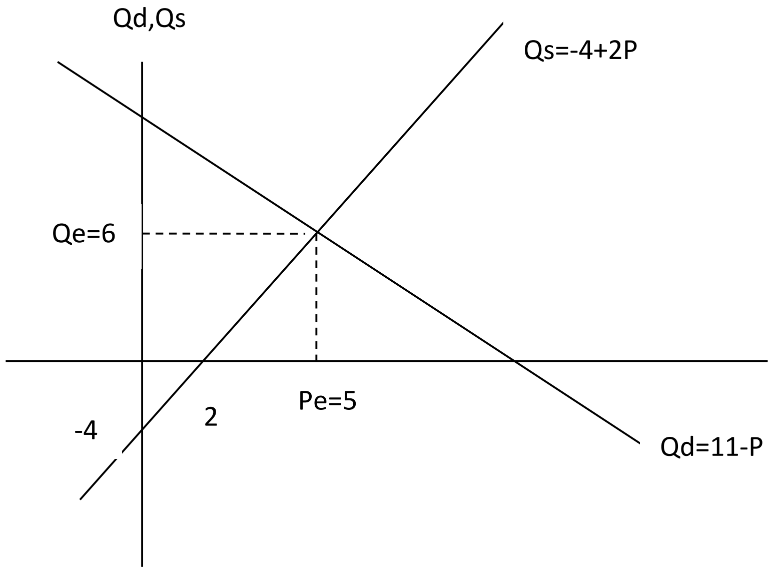
Pe = 5

Jadi keseimbangan harga di pasar tercapai pada harga 5. Sehingga keseimbangan kuantitasnya (Qe) dapat dicari : Qd = 11 – P atau Qs = - 4 + 2P

Qe = 11 – 5	Qe = -4 + 2(5)
Qe = 6	Qe = -4 + 10
	Qe = 6

Jadi keseimbangan kuantitas di pasar tercapai pada jumlah 6

Grafik digambarkan sebagai berikut:



LATIHAN SOAL!

1. Apabila diketahui fungsi permintaan akan suatu barang ialah P = 15 – Q, dan fungsi penawarannya adalah P = 3 + 0,5Q. Hitunglah berapa harga dan jumlah keseimbangan yang tercipta di pasar?

2. Apabila diketahui fungsi permintaan akan suatu barang ditunjukkan oleh persamaan Qd = 19 – P2, sedangkan fungsi penawarannya Qs = -8 + 2P2. Berapakah harga dan kuantitas keseimbangan yang tercipta di pasar? Kemudian jika misalkan dikenakan pajak spesifik sebesar 1 rupiah per unit, bagaimanakah keseimbangan yang tercipta di pasar saat ini?

3. Apabila diketahui fungsi konsumsi suatu negara ialah C = 500 + 0,80Y, serta fungsi investasi ialah I = 2000 – 5000i. Kemudian jumlah uang beredar (penawaran uang) sebesar 9.000, dan fungsi permintaan uang oleh masyarakat sebesar L = 10.000 + 0,4Y – 20.000i. Buatlah persamaan IS-LM serta keseimbangannya?

4. Misalkan diketahui fungsi permintaan dan penawaran atas "mainan robot" (X) ialah: Qdx = 9 – 3Px + 2Py dan Qsx = -1 + 2Px Kemudian fungsi permintaan dan penawaran untuk "mainan mobil" (Y) ialah Qdy = 7 – Py + 2Px dan Qsy = -5 + 3Py Berapakah harga dan kuantitas keseimbangan untuk masing-masing mainan tersebut?

5. Jika diketahui fungsi permintaan suatu barang adalah Qd = 17 – P dan fungsi penawaran adalah Qs = -8 + 4P. Hitunglah: (a) harga dan kuantitas keseimbangannya; (b) bagaimanakah harga dan kuantitas keseimbangan jika pemerintah mengenakan pajak spesifik sebesar 1,5/unit; (c) bagaimanakah harga dan kuantitas keseimbangan jika pemerintah mengenakan subsidi sebesar 1/unit?

Bab 7

FUNGSI PENERIMAAN

Fungsi penerimaan disebut juga fungsi pendapatan atau fungsi hasil penjualan. Dilambangkan dengan R (Revenue) atau TR (total revenue). Fungsi penerimaan merupakan fungsi dari Output :

R= f (Q) dengan Q : jumlah produk yang laku terjual.

Fungsi penerimaan merupakan hasil kali antara harga jual per unit dengan jumlah barang yang diproduksi dan laku terjual. Jika P adalah harga jaul per unit, maka :

R = P x Q dengan P : Harga jual per unit dan Q : jumlah produk yang dijual

Contoh :

Misalkan suatu produk dijual dengan harga Rp 5.000 per unit barang. Bagaimanakah fungsi permintaannya? Gambarkan fungsi permintaan tersebut dengan Grafik.

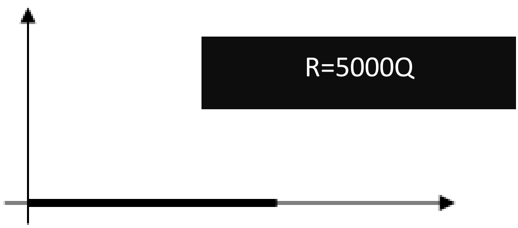
Jawab :

R = P x Q

R = 5.000 Q

Gambar :

Karena intersepnya tidak ada (nol) maka fungsi penerimaan digambarkan melalui titik (0,0) dengan gradiennya positif :



LATIHAN SOAL

1. Jika fungsi permintaan yang dihadapi seorang produsen sebesar P = 900 – 1,5Q. bagaimanakah persamaan penerimaan totalnya? Kemudian berapa besarnya penerimaan jika produsen mampu menjual sebesar 200 unit, dan berapa harga jual per unit? Apabila terjadi kenaikan penjualan menjadi 250 unit, hitunglah penerimaan marjinal?

2. Jika fungsi penerimaan total yang mampu dihasilkan oleh suatu perusahaan ditunjukkan dengan persamaan penerimaan total (TR) = -0,10Q2 + 20Q, sedangkan biaya total yang harus dikeluarkan oleh perusahaan dalam proses produksinya ialah TC = 0,25Q3 – 3Q2 + 7Q + 20. Hitunglah keuntungan perusahaan ini jika dihasilkan dan terjual barang sebanyak 10 dan 20 unit?

3. Apabila suatu perusahaan menjual hasil produksinya sebesar Rp 5.000,- per unit. Tunjukkan persamaan dan kurva penerimaan total perusahaan ini. Serta berapa besarnya penerimaan bila terjual barang sebanyak 400 unit?

BAB 8
FUNGSI BIAYA

Biaya dilambangkan dengan C (Cost) atau TC (Total Cost). Terdiri atas dua jenis fungsi biaya:

1. Fixed Cost atau fungsi biaya tetap (FC) merupakan fungsi yang tidak tergantung pada jumlah produk yang diproduksi. Jadi fungsi biaya-biaya tetap adalah fungsi konstanta :

FC = k dengan k adalah konstanta positif

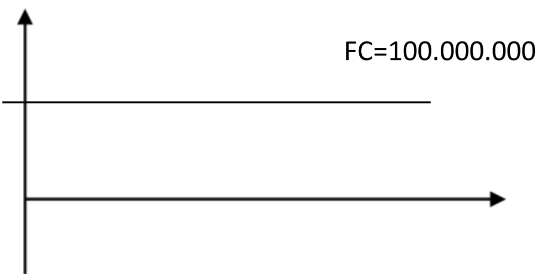
Contoh :

Suatu perusahaan mengeluarkan biaya tetap sebesar Rp 100.000.000. Bagaimanakah fungsi biaya tetapnya dan gambarkan fungsi tersebut pada Grafik Kartesius?

Jawab :

FC = 100.000.000,

Gambar Fungsi Biaya Tetap :



2. Variabel Cost atau Fungsi Biaya yang berubah-ubah (VC). Merupakan fungsi biaya yang besarnya tergantung dari jumlah produk yang diproduksi. Jadi : VC = f(Q). Merupakan hasil kali antara harga jual per unit dengan jumlah barang yang diproduksi. Jika P adalah biaya produksi per unit, dimana biaya produksi per unit senantiasa lebih kecil

dibandingkan harga jual per unit barang, maka VC = P x Q dengan P : biaya produksi per unit dan Q: Produk yang diproduksi

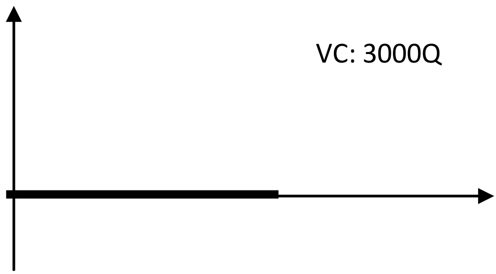
Contoh:

Suatu produk diproduksikan dengan biaya produksi Rp 3.000 per unit. Bagaimanakah fungsi biaya variabelnya dan gambarkan fungsi tersebut dengan grafik.

Jawab :

VC = P x Q VC = 3.000 Q

Karena intersepnya tidak ada (nol) maka fungsi biaya variabel digambarkan melalui titik (0,0) dengan grdiennya positif.



Fungsi Total Cost (TC) merupakan penjumlahan antara biaya tetap dengan biaya variabel.

TC = FC + VC

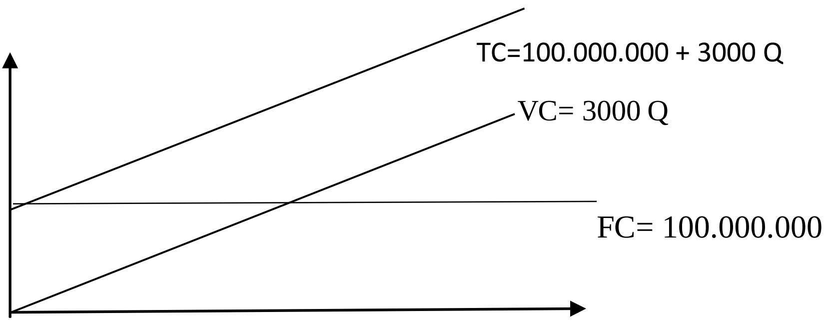
Contoh :

Untuk contoh diatas, dimana biaya tetap yang dikeluarkan sebuah perusahaan sebesar Rp 100.000.000 dan biaya variabelnya : 3.000Q, maka TC = 100.000.000 + 3.000 Q.

Ternyata intersep dari fungsi total biaya adalah sama dengan biaya tetapnya dan gradienya sama dengan gradien fungsi biaya tetap. Hal ini mencerminkan bahwa penggambaran fungsi total biaya haruslah melalui titik (0,FC) dan sejajar dengan grafik VC.

Gambar Fungsi Biaya Tetap, Biaya Variabel, total Biaya :

TC=100.000.000 + 3000 Q



LATIHAN SOAL

1. Apabila biaya total yang harus dikeluarkan oleh perusahaan ditunjukkan oleh persamaan C = 2Q2 – 24Q + 102. Pada tingkat produksi berapakah unit biaya total ini minimum? Hitunglah besarnya biaya total minimum tersebut serta hitung pula berapa besarnya biaya tetap, biaya variabel, biaya rata-rata, biaya tetap rata-rata, dan biaya variabel rata-rata pada tingkat produksi tadi? Kemudian jika produksi ditambah sebesar 1 unit, berapa besarnya biaya marjinal?

2. Apabila suatu perusahaan perusahaan harus mengeluarkan biaya tetap setiap bulannya sebesar Rp 1.000.000,-, sedangkan biaya variabelnya ditunjukkan oleh persamaan VC = 1000Q. Tunjukkan persamaan dan grafik biaya totalnya! Kemudian berapa biaya yang yang harus dikeluarkan jika perusahaan tersebut memproduksi 200 unit barang?

Bab 9
ANALISIS BREAK EVEN

Yang dimaksud dengan ‘Break-Even’ yaitu suatu kondisi dimana perusahaan tidak untung maupun tidak rugi. Hal ini disebabkan karena seluruh penerimaan perusahaan dibayarkan untuk menutup biaya tetap maupun biaya variabelnya. Keadaan tersebut digambarkan sebagai berikut:

‘ Break-Even’ TR = TC

Jika penerimaan sudah dapat melebihi biaya-biaya yang dikeluarkan, baik biaya tetap maupun biaya variabelnya, maka barulah perusahaan tersebut dapat menikmati keuntungan:

Untung : TR > TC

Jika penerimaan masih belum dapat menutup biaya-biaya yang dikeluarkan baik biaya tetap maupun biaya variabelnya, maka perusahaan dinyatakan dalam keadaan merugi.

Rugi : TR < TC

Untuk lebih menjelaskan hal tersebut dibawah ini diberikan contoh.

Contoh Soal:

Dari contoh sebelumnya diperoleh bahwa

Fungsi Fixed Cost	:	FC	= 100.000.000
Fungsi Variabel Cost	:	VC	= 3.000 Q
Fungsi Total Cost	:	TC	= 100.000.000 + 3.000 Q
Fungsi Revenue	:	R	= 5.000 Q

Berapa produk yang harus diproduksi dan dijual agar perusahaan tersebut dapat menutup Biaya tetapnya? Berapakah penerimaan yang diperoleh?

Berapakah produk yang harus diproduksi dan dijual agar perusahaan tersebut dapat menutup seluruh biaya yang dikeluarkannya? Berapakah penerimaan yang diperoleh?Berapa produk yang harus diproduksi dan dijual agar perusahaan tersebut mendapatkan keuntungan? Berapakah kontribusi marginnya?

Jawab:

Output yang diproduksi agar penerimaan dapat menutup biaya tetap :

$$TR = FC$$
$$5.000\ Q = 100.000.000$$
$$Q = 20.000$$

Jadi agar perusahaan dapat menutup biaya tetap yang dikeluarkannya, maka perusahaan tersebut harus dapat memproduksi sebanyak 20.000 unit barang. Tingkat penerimaannya : R = FC = 100.000.000. Output yang diproduksi agar penerimaan dapat menutup seluruh biaya yang dikeluarkan :

$$\begin{aligned} TR &= TC \\ 5.000Q &= 100.000.000 + 3.000Q \\ 5.000Q - 3.000Q &= 100.000.000 \\ 2000Q &= 100.000.000 \\ Q &= 50.000 \end{aligned}$$

Jadi agar perusahaan dapat menutup biaya produksinya, maka perusahaan tersebut harus dapat memproduksi sebanyak 50.000 unit barang. Tingkat penerimaanya sama dengan total biaya, yaitu

$$R = TC = 5.000 \times 50.000$$

= 250.000.000

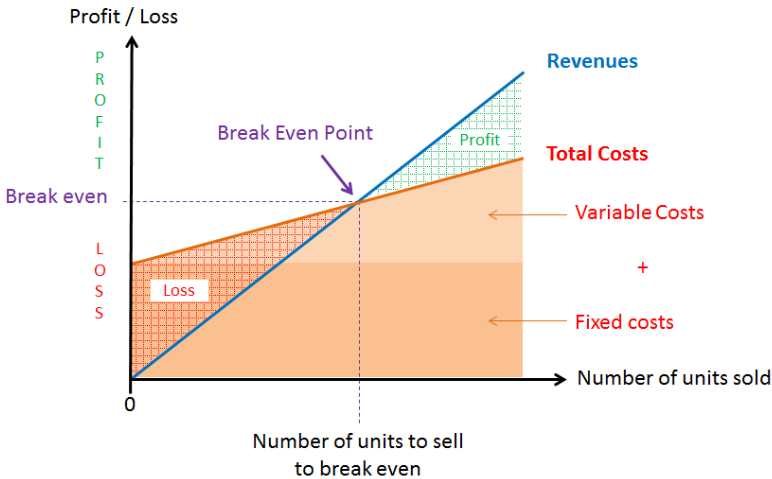
Agar perusahaan dapat menikmati keuntungan, maka total penerimaan harus melebihi total biaya. Untuk itu perusahaan harus memproduksi produk sebanyak lebih dari 50.000 unit dengan penerimaannya akan lebih dari Rp 250.000.000

Kontribusi margin yaitu keuntungan per unit, maka

Kontribusi margin = Harga jual per unit – Biaya produksi per unit

Kontribusi margin = Rp 5.000 – Rp 3.000 = Rp 2.000

Keadaan ‘Break-Even Analysis’ tersebut digambarkan dalam grafik sebagai berikut :



LATIHAN SOAL

1. Apabila biaya total yang dikeluarkan perusahaan ditunjukkan dengan persamaan C = 1.000.000 + 1000Q dan penerimaan totalnya R = 5000Q. Pada tingkat produksi berapa unit perusahaan ini berada dalam posisi pulang-pokok (*break-even point*)? Apa yang terjadi jika perusahaan memproduksi sebesar 150 unit dan 400 unit?

2. Jika suatu perusahaan memiliki biaya variabel rata-rata sebesar 60% dari harga jual produknya, Sedangkan biaya tetapnya adalah sebesar Rp 3.000,-. Kemudian ia menjual produk tersebut dengan harga Rp 20,-. Hitunglah (a) berapa jumlah produk yang harus dihasilkan agar produsen tersebut pada posisi *break-even*? (b) berapa keuntungannya jika ia memproduksi sebanyak 500 unit?

BAB 10
PENERAPAN DALAM TEORI EKONOMI MAKRO

Fungsi Pendapat Nasional yang terdistribusi Menjadi fungsi Konsumsi dan Fungsi Tabungan.

Pendapatan suatu negara terdistribusi karena digunakan untuk kebutuhan konsumsi dan sisanya, jika ada, ditabung; dinyatakan dengan fungsi :

$Y = C + S$

Y = Pendapatan Nasional *(National Income)*

C = Konsumsi *(Comsumption)*

S = Tabungan *(Saving)*

Fungsi konsumsi dinyatakan dengan fungsi :

$C = Co + bY$

Co = *Autonomous Consumption*, $Co > 0$

b = *Marginal Propensity to Consume*, $0 < b < 1$

Keterangan :

Co = Konsumsi yang tidak bergantung pada besarnya pendapatan.

b = Konsumsi yang bergantung pada pendapatan. Fungsi tabungannya diperoleh dari :

$Y = C + S$

$Y = (Co + By) + S\ Y – (Co + By) = S$

$Y – Co – b\ S = S$

$Y – Co – by = S\ Y(1 – b) – Co = S$

$- Co + (1 – b)Y = S$

atau $S = - Co + (1\text{-}b)Y$ – Co : *Autonomous Saving*, $Co > 0$

$(1 - b)$: *Marginal Propensity to Save*, $0 < (1 - b) < 1$

- Co = Tabungan yang tidak tergantung pada besarnya pendapatan.

$(1 - b)$ = Konsumsi yang bergantung pada pendapatan.

Marginal propensity to consume : b

Marginal propensity to save : $1 - b$

Karena :

$B + (1 - b) = 1$

Maka $MPC + MPS = 1$

<u>Contoh Soal :</u>

Suatu negara diketahui memiliki konsumsi otonominya sebesar Rp 300.000.000. Marginal *propensity to save-nya* sebesar 0,45.

Bangunlah fungsi konsumsinya ! Bangunlah fungsi tabungannya !

Berapa yang dikonsumsi jika pendapatan nasional 1 miliar? Berapakah yang ditabung jika pendapatan nasional 1 miliar?

Pada pendapatan nasional berapakah dimana tidak ada yang ditabung?

Gambarkan fungsi konsumsi, fungsi tabungan, dan fungsi pendapatan nasional pada sebuah grafik!

Jawab :

Fungsi konsumsinya:

$C = Co + bY$

C = 300.000.000 + (1 – 0,45)1.000.000.000

C = 300.000.000 + 0,55 Y

Fungsi tabungannya :

S = - 300.000.000 + 0,45 Y

Jika pendapatan nasionalnya 1 miliar:

Fungsi konsumsi:

C = 300.000.000 + 0,55 x 1.000.000.000

C = 300.000.000 + 550.000.000

C = 850.000.000

Fungsi tabungan:

S = - 300.000.000 + 0,45 x 1.000.000.000

S = - 300.000.000 + 450.000.000

S = 150.000.000

Jadi pada tingkat pendapatan nasional sebesar 1 miliar, maka Rp 850.000.000 dipergunakan untuk kebutuhan konsumsi dan Rp 150.000.000 ditabung.

Tidak ada pendapatan yang dapat ditabung, artinya S = 0 Y = C + S

Y = C + 0 Y = C

Tidak ada pendapatan yang ditabung maka berarti seluruh pendapatan habis dikonsumsi. Tingkat pendapatan yang akan seluruhnya habis dikonsumsi yaitu :

$Y \quad = Co + bY$

$Y - bY \quad = Co$

$Y \ (1 - b) \quad = Co$

$Y \quad = \frac{1}{1-b} \ x \ Co$

$Y \quad = \frac{1}{1-0{,}55} \ x \ Co$

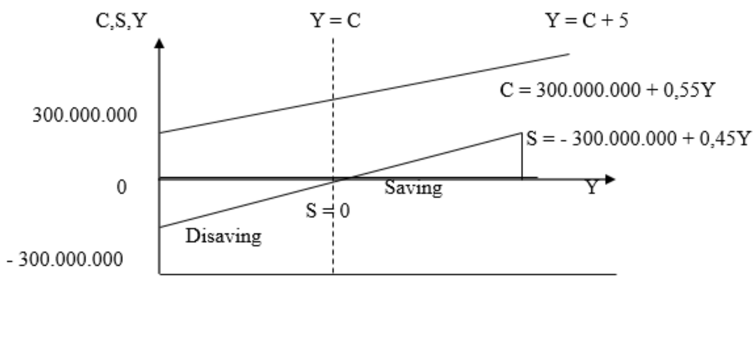
$Y \quad = \frac{1}{0{,}45} x 300.000.000$

Y = 2,22 x 300.000.000

Y = 666.000.000

Jadi pada tingkat pendapatan sebesar Rp 666.000.000 seluruh pendapatan dikonsumsi.

Gambar Fungsi Konsumsi, Fungsi Tabungan, dan Fungsi Pendapatan Nasional diberikan bawah ini



Soal Latihan

1. Palestina diketahui memiliki konsumsi otonominya sebesar Rp 650.000.000. Marginal propensity to save-nya sebesar 0,25.

a) Buatlah fungsi konsumsi dan fungsi tabungannya!
b) Berapa yang dikonsumsi jika pendapatan nasional 10 miliar?
c) Berapakah yang ditabung jika pendapatan nasional 40 miliar?
d) Pada pendapatan nasional berapakah dimana tidak ada yang ditabung?
e) Gambarkan fungsi konsumsi, fungsi tabungan, dan fungsi pendapatan nasional pada sebuah grafik!

2. Brunei Darussalam diketahui memiliki konsumsi otonominya sebesar Rp 900.000.000. Marginal propensity to save-nya sebesar 0,75.

a) Buatlah fungsi konsumsi dan fungsi tabungannya!
b) Berapa yang dikonsumsi jika pendapatan nasional 450 miliar?
c) Berapakah yang ditabung jika pendapatan nasional 800 miliar?
d) Pada pendapatan nasional berapakah dimana tidak ada yang ditabung?
e) Gambarkan fungsi konsumsi, fungsi tabungan, dan fungsi pendapatan nasional pada sebuah grafik!

3. Malaysia diketahui memiliki konsumsi otonominya sebesar Rp 550.000.000. Marginal propensity to save-nya sebesar 0,63.

a) Buatlah fungsi konsumsi dan fungsi tabungannya!
b) Berapa yang dikonsumsi jika pendapatan nasional 890 miliar?
c) Berapakah yang ditabung jika pendapatan nasional 460 miliar?
d) Pada pendapatan nasional berapakah dimana tidak ada yang ditabung?

e) Gambarkan fungsi konsumsi, fungsi tabungan, dan fungsi pendapatan nasional pada sebuah grafik!

4. Pakistan diketahui memiliki konsumsi otonominya sebesar Rp 390.000.000. Marginal propensity to save-nya sebesar 0,43.

a) Buatlah fungsi konsumsi dan fungsi tabungannya!

b) Berapa yang dikonsumsi jika pendapatan nasional 580 miliar?

c) Berapakah yang ditabung jika pendapatan nasional 790 miliar?

d) Pada pendapatan nasional berapakah dimana tidak ada yang ditabung?

e) Gambarkan fungsi konsumsi, fungsi tabungan, dan fungsi pendapatan nasional pada sebuah grafik!

5. Turki diketahui memiliki konsumsi otonominya sebesar Rp 720.000.000. Marginal propensity to save-nya sebesar 0,83.

a) Buatlah fungsi konsumsi dan fungsi tabungannya!

b) Berapa yang dikonsumsi jika pendapatan nasional 670 miliar?

c) Berapakah yang ditabung jika pendapatan nasional 820 miliar?

d) Pada pendapatan nasional berapakah dimana tidak ada yang ditabung?

e) Gambarkan fungsi konsumsi, fungsi tabungan, dan fungsi pendapatan nasional pada sebuah grafik!

BAB 11

Fungsi Pendapatan Nasional

Untuk menghitung besarnya pendapatan nasional suatu negara, salah satu pendekatannya adalah dengan menghitung pengeluaran dari masing-masing sektor. Sektor-sektor yang mungkin terlibat dalam perhitungan tersebut ialah :

1. Sektor rumah tangga, di mana pengeluarannya dikenal sebagai konsumsi *(C)*
2. Sektor pengusaha, di mana pengeluarannya dikenal dengan investasi *(I)*
3. Sektor pemerintah, di mana pengeluarannya yaitu pengeluaran pemerintah *(G)*
4. Sektor perdagangan luar negeri, terdiri atas ekspor dan impor *(X – M)*

Jika yang terlibat sektor rumah tangga dan pengusaha, maka model pendapatan nasionalnya ditulis : $Y = C + I$

Jika yang terlibat sektor rumah tangga, pengusaha dan pemerintah, maka model pendapatan nasionalnya ditulis :

$Y = C + I + G$

Jika yang terlibat sektor rumah tangga, pengusaha, pemerintah, dan perdagangan luar negeri maka model pendapatan nasionalnya ditulis :

$Y = C + I + G + (X – M)$

Pendapatan Disposibel (Yd)

Yang dimaksud dengan pendapatan disposibel yaitu pendapatan yang dapat langsung dikonsumsi.

Jika ada *'transfer payment'* (R), maka pendapatan diposibel merupakan penjumlahan antara pendapatan dengan *'trasfer payment'* : $Yd = Y + R$

Jadi *'trasfer payment'* menambah pendapatan disposibel.

Jika ada pajak *(T),* maka pendapatan baru menjadi pendapatan disposibel setelah dikurangi dengan pajak : Yd = Y + T

Jadi pajak mengurangi pendapatan disposibel.

Jika ada pajak dan *'transfer payment'*, maka haru dipertimbangkan keduanya : Yd = Y + R – T

Jika tidak ada pajak maupun *'trasfer payment'* maka pendapatan disposibel adalah merupakan pendapatan : Yd = Y

Trasfer Payment' (R)

Yang dimaksud dengan *'trasfer payment'* yaitu pembayaran yang dialihkan, misalnya tunjangan kesehatan, tunjangan hari raya, dan lain-lain.

Pajak (T)

Pajak terdiri atas dua jenis :

1. Pajak yang tidak bergantung pada besarnya pendapatan : To (Autonomous Tax), To > 0
2. Pajak yang bergantung pada besarnya pendapatan : tY ; t (income tax rate), 0 < T < 1 maka alternatif fungsi pajaknya :
   - Jika tidak ada pendapatan : T = To
   - Jika ada pendapatan : T = tY atau T = To + tY

Fungsi Konsumsi (C)

Konsumsi terdiri atas dua jenis :

1. Konsumsi yang tidak bergantung pada besarnya pendapatan : Co (Autonomous Consumtion), $Co > 0$

2. Konsumsi yang bergantung pada besarnya pendapatan : bY ; b (marginnal propensity to consume), $0 < b < 1$

maka alternatif fungsi konsumsinya :

Jika tidak ada pendapatan : C = Co Jika ada pendapatan dan ada pajak :

$C = b\,Y\,d$ atau $C = Co + bYd$,

di mana $Yd = Y – T$ maka: $C = b\,(Y – T)$ atau $C = Co + b\,(Y – T)$

Jika ada pendapatan dan ‘trasfer payment’ :

$C = b\,Yd$ atau $C = Co + bYd$,

di mana $Yd = Y + R$ Maka : $C = b\,(Y – R)$ atau $C = Co + b\,(Y + R)$

Jika ada pendapatan, pajak dan ‘trasfer payment’ :

$C = b\,Yd$ atau $C = Co + bYd$,

dimana $Yd = Y + R – T$ Maka : $C = b\,(Y + R – T)$ atau $C = Co + b\,(Y + R – T)$

Jika ada pendapatan tetapi tidak ada pajak dan ‘trasfer payment’ :

$C = Co + bYd$ atau $C = b\,Y$,

dimana $Yd = Y$ Maka : $C = Co + b\,Y$ atau $C = b\,Y$

Fungsi Investasi

1. Fungsi investasi merupakan variabel eksogen yang tidak dipengaruhi oleh tingkat suku bunga, maka ditulis : $I = Io$
2. Jika dipengaruhi oleh tingkat suku bunga ditulis :

   $I = Io - i\, r$, r : tingkat suku bunga

   I : proporsi I terhadap i

Fungsi Pengeluaran Pemerintah

Pengeluaran pemerintah terdiri atas :

1. Pengeluaran pemerintah yang tidak bergantung pada pendapatan : G (Government Expenditure), Go > 0
2. Pengeluaran pemerintah yang bergantung pada pendapatan : gY ; g (proporsi pengeluaran pemerintah terhadap pendapatan, 0 < g < 1 maka alternatif fungsi pengeluaran pemerintah :

Jika tidak ada pendapatan : G = Go

Jika ada pendapatan : G = gY atau G = Go + gY

Fungsi Ekspor

Fungsi Investasi merupakan variabel eksogen, maka ditulis : X = Xo

Fungsi Impor

Impor terdiri atas :

1. Impor yang tidak bergantung pada pendapatan : M (Autonomous Import), Xo > 0
2. Impor yang bergantung pada pendapatan : mY;m (marginal propensity to import), 0 < m < 1 maka alternatif impor :

Jika tidak ada pendapatan : M = Mo

Jika ada pendapatan : M = mY atau M = Mo + mY

Variabel Eksogen

Variabel eksogen adalah variabel yang nilainya tidak diperoleh dari perhitungan model.

Biasanya dilambangkan dengan simbol yang diberi tambahan „0", seperti : Co, To, Io, Go, Xo, Mo

Variabel Endogen

Variabel endogen adalah variabel yang nilainya diperoleh dari perhitungan model.

Parameter

Diberi lambang dengan huruf kecil.

Contoh Soal :

1. Hitunglah pendapatan nasional suatu negara jika diketahui *autonomous consumption :* masyarakatnya sebesar 135. *Marginal Propensity to Consume (MPC)* = 0,8 Investasinya = 75 Pengeluaran pemerintah = 30. Ada berapa variabel eksogen, variabel endogen dan parameternya ? Bagaimanakah model pendapatan nasionalnya serta angka penggandaannya ? Carilah semua nilai dari variabel endogenya ?

Jawab : Diketahui Co = 135, b = 0,3 , Io = 75, Go = 30

Yang terlibat tiga sektor, yaitu : sektor rumah tangga, sektor pengusaha dan Pemerintah :

Model Pendapatan Nasionalnya :

Y = C + I + G

di mana C = Co + b Y

I = Io

G = Go

maka Y = (Co + b Y) + Io + Go

Y = Co + b Y + Io + Go

Y – b Y = Co + Io + Go

Y(1 – b) = Co + Io + Go

Y $= \frac{1}{1-b}\ x$ Co + Io + Go

Angka penggandaan untuk: $\frac{1}{1-b} = \frac{1}{1-0{,}8} = \frac{1}{0{,}2} = 5$

Model di atas menyatakan bahwa jika terjadi peningkatan faktor – faktor 'autonomous consumption' (Co), 'investment' (lo), ataupun 'government expenditure' (Go) sebanyak satu, maka akan menyebabkanpeningkatan pendapatan nasional (Y) sebanyak lima kali.

Variabel eksogennya ada tiga, yaitu :

1. Autonomous Consumption (Co)
2. Investment (lo)
3. Government Expenditure (Go)

Parameternnya ada satu, yaitu :

'Marginal Propensity to Consume' (b)

Variabel endogennya ada dua, yaitu:

1. Pendapatan nasional (Y)
2. Consumtion (C)

Menghitung variabel endogen pendapatan nasional (y):

Y $= \frac{1}{1-b}\ x$ Co + Io + Go

Y $= \frac{1}{1-0,8}\ x$ (135 + 75 + 30)

Y $= \frac{1}{0,2}\ x$ (240)

Y = 5 (240) = 1200

Menghitung variabel endogen konsumsi(C): C = Co + bY

C = 135 + 0,8 Y

C = 135 + 0,8 (1200)

C = 135 + 960

C = 1095

2. Autonomous consumption suatu negara = 100, dengan MPS-nya = 0,4 dari pendapatan disposibel. Investasi nasionalnya = 40 dan autonomous tax = 50. Carilah model pendapatan nasional ? Hitunglah angka penggandaannya ? Carilah semua nilai variabel endogennya ?

Jawab :

Diketahui : Co = 100 , MPC = 1 – MPS , lo = 40 , To = 50 = 1 – 0,4 = 0,6

Ada dua sektor yang terlibat yaitu : sektor rumah tangga dan sektor pengusaha.

Model pendapatan nasionalnya :

Y = C + I

dimana C = Co + b Yd

Yd = Y – To

I = lo

Sehingga Y = Co + b (Y – To) + lo

Y = Co + bY – b To + lo

Y - bY = Co – bTo + lo

Y (1 – b) = Co – b To + lo

Y = $\frac{1}{1-b}$ (Co – b To + lo)

Angka penggandaan untuk: $\frac{1}{1-b} = \frac{1}{1-0,6} = \frac{1}{0,4}$ = 2,5

Menghitung variabel endogen pendapatan nasional (Y) :

Y = $\frac{1}{1-b}$ (Co – b To + lo)

Y = $\frac{1}{1-0,6}$ x (100 –(0,6) 50 + 40)

Y = $\frac{1}{0,4}$ x (100 – 30 + 40)

Y = 2,5 (110)

Y = 275

Jadi pendapatan nasionalnya sebesar 275

Menghitung variabel endogen konsumsi *(C) :*

C = Co + b Yd

C = Co + b (Y – To)

C = 100 + 0,6 (Y – 50)

C = 100 + 0,6 (275 – 50)

C = 100 + (0,6) (225)

C = 100 + 135

C = 235

3. Pengeluaran di sektor pengusaha = 90, sedang pengeluaran di sektor pemerintah = 65. Transaksi ekspor terhitung = 80. Transaksi impor terhitung = 40 dengan *marginal propensity to import* = 0,19. Konsumsi masyarakatnya terlihat dari fungsi sebagai berikut : C = Co + b Y di mana *autonomous consumption* = 70 dan *MPC* = 0,9

Dinyatakan :

Carilah model pendapatan nasional ?

Hitung angka penggandaannya ?

Carilah nilai variabel endogennya ?

Jawab : Diketahui lo = 90, Go = 65, Xo = 80, Mo = 40, m = 0,19,

Co = 70, b = 0,9

Semua sektor terlibat sehingga model pendapatan nasionalnya ;

Y = C + I + G + (X – M)

di mana C = Co + b Y

C = 70 + 0,9 Y

I = lo = 90

G = Go = 65 X = Xo = 80 M = Mo + mY

= 40 + 0,19 Y

sehingga Y = C + l + G + (X – M)

Y = (Co + bY) + lo + Go + (Xo – Mo + mY)

Y = Co + bY + lo + Go + Xo + Mo + mY

Y – bY + mY = Co + lo + Go + Xo – Mo

Y (1 – b + m) = Co + lo + Go + Xo – Mo

Y $= \frac{1}{(1-b+m)}$ x Co + lo + Go + Xo – Mo

Angka Penggandaannya

$= \frac{1}{(1-b+m)} = \frac{1}{(1-0{,}9+0{,}91)} = \frac{1}{0{,}29}$ = 3,448

Menghitung variabel endogen pendapatan nasional *(Y):*

Y $= \frac{1}{(1-b+m)}$ x Co + lo + Go + Xo – Mo

Y $= \frac{1}{(1-0{,}9+0{,}91)}$ x 70 + 90 + 65 + 80 – 40

Y $= \frac{1}{(0{,}29)}$ x 265

Y = 3,448 (265)

Y = 913,72

Jadi pendapatan nasionalnya = 913,72 Menghitung variabel endogen konsumsi *(C)* :

C = Co + bY

C = 70 + 0,9 (913,72)

C = 892,348

Jadi konsumsinya = 892,348

Menghitung variabel endogen impor *(M)* :

M = Mo + mY

M = 40 + 0,19 (913,72)

M = 213,6068

Jadi impornya = 213,6068

Exercise

1. Hitunglah pendapatan nasional suatu negara jika diketahui *autonomous consumption :* masyarakatnya sebesar 150. *Marginal Propensity to Consume (MPC)* = 0,6 Investasinya = 50 Pengeluaran pemerintah = 80. Ada berapa variabel eksogen, variabel endogen dan parameternya ? Bagaimanakah model pendapatan nasionalnya serta angka penggandaannya ? Carilah semua nilai dari variabel endogenya ?

2. Autonomous consumption suatu negara = 400, dengan MPS-nya = 0,2 dari pendapatan disposibel. Investasi nasionalnya = 50 dan autonomous tax = 70. Carilah model pendapatan nasional ? Hitunglah angka penggandaannya ? Carilah semua nilai variabel endogennya ?

3. Pengeluaran di sektor pengusaha = 40, sedang pengeluaran di sektor pemerintah = 85. Transaksi ekspor terhitung = 40. Transaksi impor terhitung = 30 dengan *marginal propensity to import* = 0,69. Konsumsi masyarakatnya terlihat dari fungsi sebagai berikut : C = Co + b Y di mana *autonomous consumption* = 40 dan *MPC* = 0,5.

BAB 12

FUNGSI KUADRAT

Fungsi kuadrat adalah persamaan aljabar yang memiliki variabel bebas berpangkat dua sebagai variable tertinggi. Bentuk umum fungsi kuadarat dapat dinyatakan sebagai berikut

$ax^2+bx+c = 0$

dimana

y : variable terikat dan

x : variable bebas

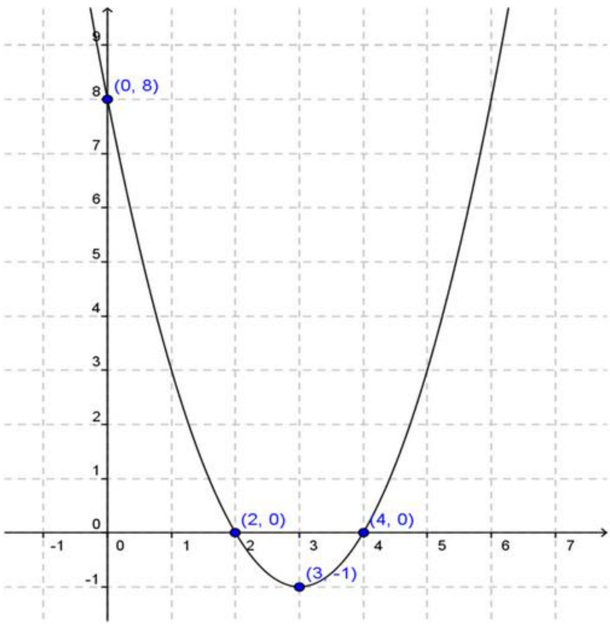
a,b,c : konstanta

dengan ketentuan a, b, c $\in$ R dan a $\neq$ 0

Sebagai contoh :

$y= x^2-6x+8$

$x^2-6x+8= 0$



Gambar 1 Grafik untuk persamaan kuadrat

Dari contoh fungsi kuadrat di atas, dapat diketahui bahwa $a = 1$, $b = -6$ dan $c = 8$. Dan pada Gambar 1, garis berbentuk seperti parabola direpresentasikan oleh persamaan kuadrat dengan $y = x^2 - 6\text{x} + 8$, sedangkan garis merah $y = -x + 5$. Titik 3,-1 disebut titik puncak, titik 0,8 adalah titik ptotong sumbu Y, sedangkan titik 2,0 dan titik 4,0 adalah titik potong sumbu X.

Berkaitan dengan nilai-nilai a, b dan c, dikenal beberapa macam fungsi kuadrat diantaranya adalah:

1. Jika $a = 1$, maka persamaan menjadi $x^2 - \text{bx} + \text{c} = 0$ dan disebut fungsi kuadrat biasa.

2. Jika $b = 0$, maka persamaan menjadi $x^2 + \text{c} = 0$ dan disebut fungsi kuadrat sempurna.

3. Jika $c = 0$, maka persamaan menjadi $x^2 - \text{bx}= 0$ dan disebut fungsi kuadrat tak lengkap..

4. Jika $a, b\ dan\ c$ adalah bilangan-bilangan rasional, maka persamaan menjadi $ax^2 - \text{bx} + \text{c} = 0$ dan disebut fungsi kuadrat rasional.

Fungsi kuadrat terdiri dari variabel $x\ dan\ x^2$ yang tidak bisa dipecahkan menggunakan cara yang diapakai dari fungsi linear untuk menentukan suatu nilai dari x (akar persamaan). Adapaun cara-cara yang bisa dipakai untuk menentukan akar persamaan adalah sebagai berikut:

1. Menggunakan grafik
2. Pemfaktoran
3. Menggunakan rumus kuadrat

Selanjutnya akan dibahas penggunaan cara-cara tersebut untuk memecahkan soal-soal yang berhubungan dengan ekonomi. Untuk dapat memecahkan soal-soal tersebut, diperlukan analisa ekonomi terlebih dulu sebelum menerapkan cara-cara di atas.

Contoh:

Apabila sebuah pasar monopli memiliki fungsi permintaan p $= 85 - 2$q, maka berapakah barang yang perlu dihasilkan sebuah perusahaan untuk mendapatkan penerimaan sebesar 200?

Dari contoh soal di atas, kita tidak bisa langsung mengatakan bahwa soal ini melibatkan fungsi kuadrat, tetapi perlu digunakan analisa ekonomi untuk bisa merumuskan masalah matematik yang akan dipecahkan.

Sebagaimana yg sudah kita pelajari bahwa TR = pq, sehingga fungsi p perlu disubtitusikan ke fungsi TR menjadi:

$$TR = (85 - 2q)q = 85q - 2q^2$$

Fungsi kudarat dari hasil subtitusi di atas masih belum bisa digunakan untuk memecahkan soal karena pertanyaannya adalah ‘berapa nilai q supaya fungsi kuadrat tersebut sama dengan 200?’. Untuk bisa memecahkannya, bentuk fungsi kuadrat tersebut perlu dirubah ke bentuk $ax^2 - \mathrm{bx} + \mathrm{c} = 0$ sehingga menjadi

$$2q^2 - 85q + 200 = 0$$

Setalah didapatkan bentuk inilah baru bisa dipecahkan untuk menemukan nilai q menggunakan cara-cara di atas.

1. Solusi dengan grafik fungsi kuadrat

Menggambar grafik fungsi kuadrat memerlukan waktu yang lama dan kurang bisa memberikan hasil yang akurat untuk nilai tiap variabel. Oleh karena itu, grafik akan lebih tepat dipakai untuk menjelaskan bahwa sebgian fungsi kuadrat ada yang tidak memiliki solusi dan sebagian yang lain memiliki 2 solusi.

Contoh 1:

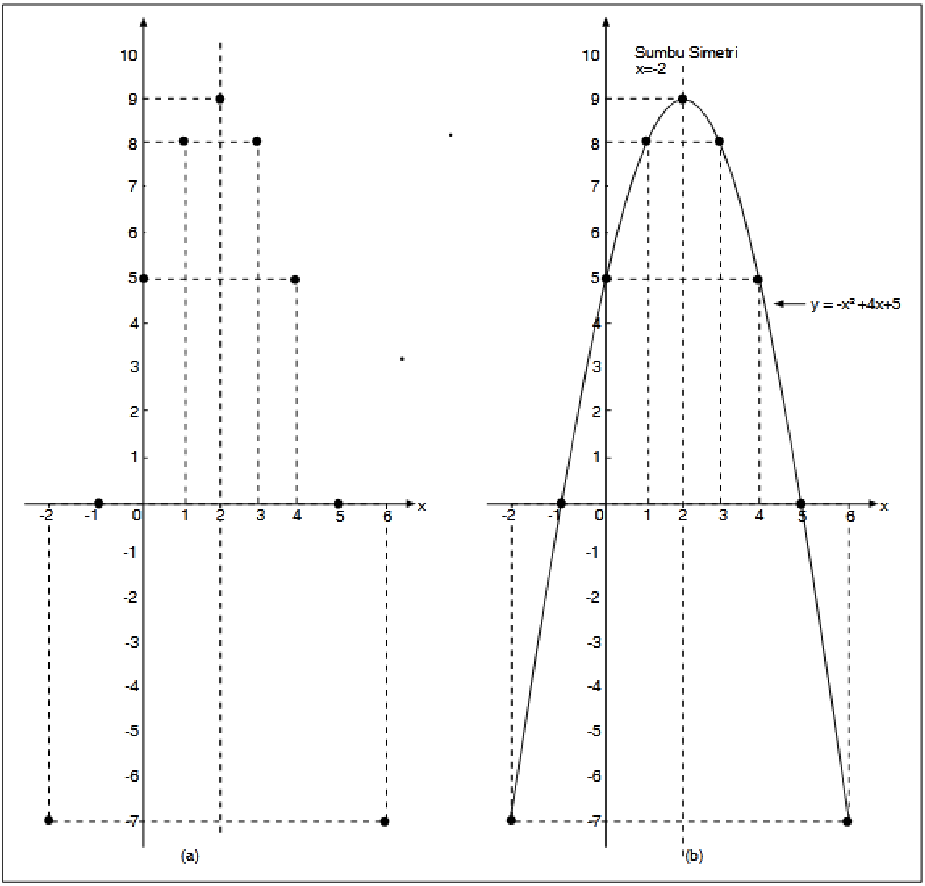
Tunjukkan dengan grafik bahwasanya
$-x^2 + 4x + 5 = 0$ adalah suatu fungsi kuadrat dan tentukan daerah asal, daerah hasil, pembuat nol fungsi, persamaan sumbu simetri, titik maksimum dan nilai maximum!

Jawab:

Langkah pertama adalah menentukan titik yang dilewati oleh grafik

X	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
Y=$-x^2 + 4x + 5$	-7	0	5	8	9	8	5	0	-7

Langkah selanjutnya adalah menggambarkan titik-titik (-2,-7), (-1,0), (0,5), (1,8), (2,9), (3,8), (4,5), (5,0) dan (6,-7) pada bidang cartecius. Setelah itu baru menghubungkan titik-titik tersebut dengan kurva mulus sehingga terbentuk suatu grafik sperti pada gambar berikut.



Dari grafik di atas, dapat kita dapatkan bahwa fungsi tersebut adalah fungsi kuadrat.

a. Daerah asal fungsi adalah D = {x/-2 ≤ x ≤ 6, x ∈ R}.

b. Daerah hasil fungsi adalah D = {y/ -7 ≤ y ≤ 9, y ∈ R}.

c. Pembuat nol fungsi adalah x= -1 dan x= 5.

d. Persamaan sumbu simetri adalah garis x= 2.

e. Titik maksimum adalah titik (2, 9).

f. Nilai maksimum fungsi adalah 9

SOAL LATIHAN

1. Buktikan dengan grafik bahwa fungsi $x^2 + 2x$ adalah sebuah sebuah fungsi kuadrat dengan daerah asal D = {x/-4 ≤ x ≤ 2, x ∈ R}.

2. Buktikan bahwa $1500 = 85q - 2q^2$ adalah fungsi kuadrat!

2. Solusi dengan Pemfaktoran

Jika suatu fungsi kuadrat $ax^2 - \mathrm{bx} + \mathrm{c} = 0$ dapat diubah menjadi bentuk P X Q = 0, maka fungsi tersebut dapat dipecahkan dengan cara pemfaktoran.

Contoh 2:

Carilah nilai q pada fungsi kuadrat $q^2 + 5\mathrm{q} + 6 = 0$

Jawab:

$q^2 + 5\text{q} + 6 = 0$

$\Leftrightarrow q^2 + 2\text{q} + 3\text{q} + 6 = 0$

$\Leftrightarrow \text{q}(\text{q} + 2) + 3(\text{q} + 2) = 0$

$\Leftrightarrow (q + 3)(q + 2) = 0$

$(q + 3) = 0$ atau $(q + 2) = 0$

$q = -3$ atau $q = -2$

Contoh 3:

Carilah nilai q pada fungsi kuadrat $2q^2 + 3\text{q} + 1 = 0$!

Jawab:

$2q^2 + 3\text{q} + 1 = 0$

$\Leftrightarrow 2\text{q}\ (\text{q} + 1) + \text{q} + 1 = 0$

$\Leftrightarrow 2\text{q}\ (\text{q} + 1) + 1(\text{q} + 1) = 0$

$\Leftrightarrow (2\text{q} + 1)(\text{q} + 1) = 0$

$2\text{q} + 1 = 0$ atau $q + 1 = 0$

$\text{q} = -1/2$ atau $\text{q} = -1$

Contoh 4:

Carilah nilai q pada fungsi kuadrat $x^2 - 9 = 0$!

Jawab:

$x^2 - 9 = 0$

Fungsi kuadrat ini memiliki bentuk istimewa $x^2 - a$, yang apabila difaktorkan akan menjadi $(x + \sqrt{a})(x - \sqrt{a})$sehingga

$(x + \sqrt{9})(x - \sqrt{9}) = 0$

$(x + 3)(x - 3) = 0$

$x + 3 = 0$ atau $x - 3 = 0$

$x = -3$ atau $x = 3$

Contoh 5:

Berapakah jumlah barang yang harus diproduksi oleh suatu perusahaan untuk mendapatkan penerimaan $600, bila fungsi permintaan suatu perusahaan adalah $p = 70 - q$!

Jawab:

Langkah pertama kita cari fungsi penerimaan

$R = P\ x\ Q$

$R = (70 - q)q = 70q - q^2$

Setelah itu baru kita cari nilai q dengan memfaktorkan fungsi R di atas.

$\Leftrightarrow 600 = 70q - q^2$

$\Leftrightarrow q^2 - 70q + 600 = 0$

$\Leftrightarrow q^2 - 10q - 60q + 600 = 0$

$\Leftrightarrow q(q - 10) - 60(q - 10) = 0$

$\Leftrightarrow (q - 60)(q - 10) = 0$

$q - 60 = 0$ atau $q - 10 = 0$

$q = 60$ atau $q = 10$

Contoh 6:

Sebuah perusahaan memiliki fungsi biaya $TC = 6 - 2q + 2q^2$ dimana q > 2. Berapakah jumlah barang yang diproduksi apabila total biaya = $150?

Jawab:

$\Leftrightarrow 150 = 6 - 2q + 2q^2$

$\Leftrightarrow 2q^2 - 2q - 144 = 0$

$\Leftrightarrow 2q(q - 9) + 16q - 144 = 0$

$\Leftrightarrow 2q(q - 9) + 16(q - 9) = 0$

$\Leftrightarrow (2q + 16)(q - 9) = 0$

$2q + 16 = 0$ atau $q - 9 = 0$

$q = -8$ atau $q = 9$

Karena q > 2, jadi, jumlah barang yang harus diproduksi adalah sebanyak 9 unit.

SOAL LATIHAN

1. Carilah nilai x pada fungsi $x^2 - 5x + 6 = 0$!
2. Carilah nilai x pada fungsi $2x^2 + 7x + 3 = 0$!
3. Carilah nilai x pada fungsi $x^2 - 4 = 0$!
4. Berapakah jumlah barang yang harus diproduksi oleh suatu perusahaan untuk mendapatkan penerimaan $900, bila fungsi permintaan suatu perusahaan adalah $p = 60 - q$!
5. Sebuah perusahaan memiliki fungsi biaya $TC = 50 - 30q + 2q^2$ dimana q > 2. Berapakah jumlah barang yang diproduksi apabila total biaya = $250?

3. Solusi dengan Rumus Kuadrat

Semua fungsi kuadrat yang berbentuk $ax^2 - \mathrm{bx} + \mathrm{c}$ dimana a, b dan c merupakan parameter dan fungsi tersebut mengandung solusi, maka dapat diselesaikan dengan rumus kuadrat:

$$\frac{-\mathrm{b} \pm \sqrt{\mathrm{b}^2 - 4\mathrm{ac}}}{2\mathrm{a}}$$

Tanda $\pm$ menunjukkan bahwa ada 2 kali proses penghitungan berupa penjumlahan dan pengurangan.

Contoh 7:

Selesaikanlah fungsi kuadrat berikut menggunakan rumus kuadrat:

$$2\mathrm{q}^2 - 85q + 200 = 0$$

Jawab:

Dalam rumus kuadrat yang digunakan dalam contoh ini, a = 2, b = -85 dan c = 200 (dan x = q). Sebagai catatan, tanda minus pada semua koefisien negative harus disertakan. Setelah semua nilai tersebut disubtitusikan ke a, b dan c kita mendapatkan:

$$q = \frac{-(-85) \pm \sqrt{(-85)^2 - 4 \text{ x } 2 \text{ x } 200}}{2 \text{ x } 2}$$

$$q = \frac{85 \pm \sqrt{7{,}225 - 1{,}600}}{4}$$

$$q = \frac{85 \pm 75}{4}$$

$$q = \frac{85 \pm 75}{4}$$

$$q = \frac{85 + 75}{4} \qquad atau \qquad q = \frac{85 - 75}{4}$$

$$q = 40 \qquad atau \qquad q = 2{,}5$$

Contoh 8:

Suatu perusahaan memiliki fungsi permintaan $q = 400 - 2p - p^2$. Berapakah harga yang harus dipasang supaya bisa menjual 100 unit?

Jawab:

$100 = 400 - 2p - p^2$

$300 - 2p - p^2 = 0$

$$p = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \text{ x} -1 \text{ x } 300}}{2 \text{ x} -1}$$

$$p = \frac{2 \pm 34{,}7}{-2}$$

$p = -18{,}35$ atau $p = 19{,}35$

Jadi, harga yang harus dipasang adalah 19,35 satuan harga.

Contoh 9:

Apabila suatu perusahaan memiliki fungsi permintaan $p = 100 - q$, berapakah jumlah barang produksi yang harus dijual untuk mendapatkan penerimaan \$100?

Jawab:

Langkah pertama adalah mencari fungsi penerimaan, yaitu

$R = p\ x\ q$

$R = (100 - q)x\ q = 100q - q^2$

Setelah itu kita subtitusikan nilai R lalu dterapkan ke rumus kuadrat

$100 = 100q - q^2$

$q^2 - 100q + 100 = 0$

$$q = \frac{-(-100) \pm \sqrt{(-100)^2 - 4 \text{ x}1 \text{ x}100}}{2 \text{ x}1}$$

$$q = \frac{100 \pm 97,9}{2}$$

$q = 98,95$ atau $q = 1,05$

Jadi, untuk mendapatkan penerimaan \$100, perusahaan harus menjual 98,95 satuan unit baran produksi.

SOAL LATIHAN

1. Selesaikan fungsi $x^2 + 2,5x - 125$ menggunakan rumus kuadrat!
2. Selesaikan fungsi $6x^2 - 5x + 1 = 0$ menggunakan rumus kuadrat!
3. Suatu perusahaan memiliki fungsi permintaan $q = 400 - 5p - p^2$. Berapakah harga yang harus dipasang supaya bisa menjual 100 unit?
4. Apabila suatu perusahaan memiliki fungsi permintaan $p = 100 - q$, berapakah jumlah barang produksi yang harus dijual untuk mendapatkan penerimaan \$10,000?

DAFTAR PUSTAKA

Teguh, Muhammad, *Matematika Ekonomi*, Jakarta: Rajawali Pers,

Alpha, C.C, *Fundamental Methods of Mathematical Economic*, McGraw. Hill. Inc. USA

Assaury, S, *Matematika Ekonomi*, Jakarta, Rajawali

Dumary, *Matematika Terapan untuk Bisnis dan Ekonomi*, Yogyakarta, BPFE

Andi Triyawan, M.A is a lecturer and researcher in Islamic Economics Department since 2012 at University of Darussalam Gontor Ponorogo, Indonesia. He has completed his Master degree in Gadjah Mada University Yogyakarta and Bachelor degree in ISID Gontor.

Zen Nashruddin, M.Ec is a lecturer and researcher in International Economics studies since 2019 at University of Darussalam Gontor Ponorogo, Indonesia. He has completed his Master degree in International Islamic University Malaysia and Bachelor degree in UNIDA Gontor.

Tri Wijayanti S, M.Sc is a lecturer and researcher in International Economics studies since 2019 at University of Darussalam Gontor Ponorogo, Indonesia. He has completed his Master degree in Prince of Sonkla University Thailand and Bachelor degree in Yogyakarta State University.

Buku ini digunakan sebagai penunjang mata kuliah Matematika Ekonomi. Semoga dengan hadirnya buku ini dapat menjadi sumbangsih dalam pengembangan Ilmu Ekonomi. Kelebihan dari buku ini adalah terdapat banyak latihan soal yang bisa digunakan sebagai pengayaan ilmu matematika Ekonomi. Terdapat beberapa bab dalam buku ini meliputi: Deret Hitung dan Deret Ukur, Fungsi, Fungsi Linier, Fungsi Permintaan, Fungsi Penawaran, Keseimbangan Pasar, Fungsi Penerimaan, Fungsi Biaya, Analisis Break Even, Penerapan Dalam Teori Ekonomi Makro, Fungsi Pendapatan Nasional, Fungsi Kuadrat. Tak ada gading yang tak retak, kami masih merasa buku ini harus dikembangkan menjadi lebih baik lagi. Buku ini dapat digunakan oleh seluruh mahasiswa dan dosen. semoga dengan adanya buku ini, bisa menjadi panduan dalam mempelajari mata kuliah matematika ekonomi lebih mudah.

ISBN 978-623-7942-52-8